

# La Didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses

D'Amore B. (2000). La didáctica de la matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses. *Educación Matemática*. 12, 1, 39-50.

**Bruno D'Amore**

N.R.D

Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática  
Departamento de Matemática, Universidad de Bologna, Italia

**Resumen.** *El presente artículo está dividido en dos partes. En la primera se intenta realizar una estructuración teórica de lo que es la Didáctica de la Matemática en un marco mucho más vasto (raíces) que va desde las otras Didácticas disciplinarias a la Didáctica general, a la Pedagogía (vínculos). En la segunda se postulan posibles vertientes futuras de investigación (intereses).*

Cuando se quiere hablar de “didáctica”, el primer impulso es el de partir de la antigua Grecia y de intentar una especie de historia de la Pedagogía, al interno de la cual insertar nuestra disciplina. Sin embargo, analizando cuidadosamente los intereses específicos de nuestra comunidad en un ámbito internacional, nuestra historia debe comenzar con el nacimiento del concepto de escuela, es decir, desde el siglo XVIII, y no sólo en Europa. Esto porque sólo a partir del siglo XVIII surgió un fenómeno de ímpetu innovador, tan difundido al día de hoy que ya ni se le reconoce fácilmente: *la institucionalización del conocimiento*. De una forma de transmisión de competencias en forma individual y personal (a alumnos que podrían ser clérigos, escuderos, hijos de nobles, aprendices, futuros sacerdotes etc., categorías específicas y sin posibilidad de mezclarse entre ellas) se pasó a una forma de transmisión pluralista (a alumnos que podían tener, o casi, cualquier tipo de procedencia social); de un hecho privado y aislado que se llevaba a cabo en lugares normalmente dispuestos para otros fines, se pasó a un hecho organizado y estable, que se desarrollaba en escenarios erigidos con esta finalidad.

Creo poder sostener que existen dos raíces claramente diferenciadas que subyacen a la caracterización teórica más general relativas a las “didácticas”:

- la especulación filosófica al rededor de este tipo de problemáticas, que resultaban nuevas para aquel período
- la institucionalización de las problemáticas de la enseñanza y el estudio específico de esta nueva realidad.

Quizás, como señala Emile Durkheim [1858-1917], es propio al interno de estas nuevas instituciones que se desarrolla la idea de una «teoría práctica», ni sólo arte ni sólo ciencia: conocimiento de los hechos educativos y reflexión sobre la práctica de la enseñanza colectiva institucionalizada.

Sin entrar en demasiados detalles, es obvio entonces que la Pedagogía haya desarrollado el interés de cultivar contemporáneamente dos aspectos que conciernen a la educación colectiva institucionalizada:

- aspectos descriptivos (por ejemplo, el conocimiento de las mismas instituciones)
- aspectos normativos (por ejemplo, el principio general de la educación: métodos y finalidades).

Por el contrario, en el transcurso del tiempo, el continuo militar en este tipo de estudios ha llevado a la Pedagogía, más que a otras disciplinas, a convertirse en promotora de renovaciones institucionales, ya sea por lo que respecta a aspectos descriptivos como a los aspectos normativos.

Esta doble característica, de espectro tan amplio, es evidente también en casos en los cuales el estudioso se considera esencialmente ligado a los aspectos prácticos: se encuentra bajo el nombre de Pedagogía a partir de entonces una gran cantidad de teorías más o menos elaboradas y con diversos fines, que van desde la banal “receta”<sup>1</sup> hasta enunciados y reglas didácticas profundas y generales; de las técnicas de estudio hasta las metodologías de enseñanza etc.; lo cual testimonia, de una parte la inmensa variedad de campos posibles, y de otra parte la ambición científica de este tipo de estudios, evidenciada aún más por los múltiples intentos de crear modelos o de llevar a cabo verificaciones experimentales.

Para mí, aquí radica la diferencia que se ha venido reforzando entre los teóricos y los pragmáticos.

Ahora bien, se podría pensar que, así como la Pedagogía ha logrado librarse del “yugo” de la Filosofía y constituirse como disciplina autónoma, la Didáctica ha logrado en el mismo sentido librarse del “yugo” de la Pedagogía y constituirse como una disciplina autónoma. Aquí el discurso podría resultar largo y complejo, incluso porque, durante este tiempo, nacieron las Ciencias de la Educación, reivindicando una distinta autonomía respecto de la Pedagogía. Debo decir, por respeto a los estudiosos, que existen quienes ven la Didáctica como parte de las Ciencias de la Educación (cada vez son más quienes así la consideran), pero también hay quienes ven lo contrario (Mialaret, 1982).

¿Qué comprende y de qué se ocupa la Didáctica?. No es fácil responder a tan sencilla pregunta, tal vez por su misma sencillez e inmediatez.

Según diversos autores:

- la Didáctica es la parte de las Ciencias de la Educación que tiene como finalidad el estudio de los procesos de enseñanza y de aprendizaje en su aspecto global, independientemente de la disciplina, pero teniendo en cuenta la relación institucional;
- otros eliminarían dicha relación y le darían mayor peso a las disciplinas;
- otros insisten en la peculiaridad del hecho que dicha relación tenga lugar en instituciones formalizadas;
- otros hablan de Didáctica en cualquiera situación donde se haga referencia a la enseñanza o al aprendizaje;
- otros incluso identifican la Didáctica con la Pedagogía pero sin un matiz filosófico;
- ...

En Brun (1996a) se lee: «La Didáctica, en tanto ciencia de la producción, organización y gestión de los bienes del sistema de enseñanza - aprendizaje, tiene relación con la cuestión epistemológica relativa a la transformación del conocimiento».

En Schubauer-Leoni (1996) se observa una doble distinción entre:

- ciencia cognitiva y didáctica;
- psicología y didáctica.

La primera se obtiene aceptando la tesis de Conne (1996): «El desafío del epistemólogo genético consiste en mostrar cómo el desarrollo del conocimiento de un sujeto epistémico, que responde a mecanismos de adaptación al medio y de equilibrio de las estructuras cognitivas, impone su sello desde

---

<sup>1</sup> La “receta” aparece con frecuencia en revistas de difusión (es decir: no de investigación) y en los cursos de actualización impartidos por profesores con experiencia didáctica pero sin conocimientos científicos en la didáctica disciplinaria.

la construcción social de los saberes científicos más elaborados (...); el desafío del didacta es lo opuesto, es el de mostrar cómo las formas y las normas preestablecidas del saber, en cuanto producto histórico - cultural, pueden a su vez adaptarse a estos mecanismos sin desnaturalizar el conocimiento y, sobre todo, sin perder el sentido cultural del saber».

La segunda distinción es explicada por la misma Schubauer-Leoni (1996): «El individuo, sujeto de la psicología cognitiva o socio-cognitiva, es por tanto estudiado en cuanto alumno que se enfrenta a una situación didáctica y, de esta forma, con un saber específico. Asistimos entonces a un *desplazamiento de la función cognitiva* en los estudios de didáctica respecto a aquellos de la psicología. De hecho, en el caso de la didáctica, los procesos cognitivos, los “gestos mentales” de los sujetos, el surgimiento de concepciones nuevas, son analizados no sólo en cuanto productos de los *controles internos* que los sujetos ejercen sobre el problema, sino también en función de los *controles externos* provenientes de la situación. Por tanto, no se trata de producir una teoría psicológica del sujeto que enfrenta un problema matemático propuesto; sino de avanzar en la comprensión de las *condiciones* que hacen posible el encuentro del alumno con el problema y la relativa aceptación de su parte».

La tentación más fuerte para mí sería aquella de partir de las Didácticas disciplinarias, sean cuales fueren, e intentar definir la Didáctica general por abstracción respecto a éstas; algunos teóricos de Didáctica general parecen aprobar este modo de pensar (Genovesi, 1996), otros se oponen porque, afirman que: aceptando este hecho se remitiría a la Didáctica general aquel rol deletéreo que tuvo la Pedagogía precisamente en relación con la Didáctica.

Ahora bien, no me compete definir o resolver esta cuestión tan espinosa y tan violentamente discutida aún hoy: pienso por el contrario que permanecerá por mucho tiempo aún abierta... Pero, lo que sí creo sea de gran interés es saber que en cierto sentido, en nuestra comunidad, el debate comenzó hace varios siglos; afirmación que intentaré demostrar en las líneas sucesivas.

En el siglo XVIII apasionaban las preguntas: ¿qué significa “sencillo de entenderse”?, ¿lo “sencillo” es un hecho absoluto o relativo?, ¿lo “sencillo” es tan indiferente para el académico como por el niño?, o, ¿hay alguna diferencia? y si la hay, ¿cuál es?.

Estas preguntas encontraron intentos de respuestas de hecho en la *Enciclopedia* de Juan Bautista Le Rond d’Alembert [1717-1783] y Denis Diderot [1713-1784] y, sobre todo, en los artículos *Análisis, Síntesis, Método, Elementos de Ciencias*. Se trata, para mí, de un estudio ya específico de Didáctica, que se diferencia de los intereses generales de la Pedagogía. [Insisto: si por ejemplo, se tratase de ejemplos de Química, sería Didáctica de la Química (es decir, la especificidad deriva del objeto de conocimiento tratado)].

Podría ser interesante, sólo para tener una idea de la situación, ver cómo d’Alembert, autor del artículo *Elementos de ciencias*, intenta hacer surgir ideas didácticas a partir de la hipótesis cartesiana de síntesis, de lo simple a lo complejo, y cómo él mismo se ve obligado a admitir que la situación se complica inmediatamente.

Soy consciente de exagerar en mi interpretación, pero es como si se comenzase a admitir que hay una profunda diferencia entre:

- la disciplina en sí (siguiendo con nuestro ejemplo, la Química) tal y como es conocida y practicada por los especialistas, los académicos, en suma: los químicos;
- la Didáctica general en sí, con sus aseveraciones generales creíbles y garantizadas por reflexiones significativas conducidas por expertos del sector;
- la Didáctica disciplinaria en sí, que tiene diferentes parámetros, paradigmas y objetivos.

El verdadero punto en discusión surge cuando d’Alembert intenta ver qué significa que un concepto *precede* a otro: ¿de qué concepto partir, qué tomar como referente, cuáles son los conceptos primarios?.

Por ejemplo, en Matemática, el académico toma como referente ideas como espacio, plano, recta, punto, número,... y algunos “vínculos” entre éstos: ¿estamos totalmente seguros que en la Didáctica de la Matemática esto sea lo más conveniente?; ¿los elementos primarios del académico son o deben ser necesariamente los elementos primarios del alumno?.

Más que aceptar los elementos primarios del académico, ¿no valdría tal vez la pena recorrer la secuencia de ideas que llevaron a escoger dichos objetos como objetos primarios?.

No es aquí el caso de profundizar, pero resulta extraño que este debate de carácter didáctico obligue a d’Alembert a pasar de una postura totalmente cartesiana a una lockiana y más adelante cómo intenta conciliarlas: «Las ideas simples pueden reducirse a dos tipos: unas son las ideas abstractas (...), el segundo tipo de ideas simples están encerradas en las ideas primitivas que adquirimos a través de nuestras sensaciones».

Pero: los elementos que los niños pueden comprender cuando abordan por primera vez el estudio de las ciencias, ¿son o no son elementos de las ciencias?, o: ¿son por lo menos de la misma naturaleza?.

- Si la respuesta es sí, entonces el método didáctico es una reestructuración, una sistematización, una progresiva puesta en escena de los elementos de las ciencias, del saber de los académicos (Kintzler, 1989);
- si la respuesta es no, ¿cómo se pasa de la competencia infantil, de los elementos cognitivos que posee el estudiante, al saber entendido científicamente?.

En todo caso, ¿qué relación existe entre los elementos primarios del alumno y los elementos primarios de la ciencia?.

[Estas preguntas son relativamente modernas; es bien conocida la frase atribuida a Euclides según la cual *no existen vías “reales” para la Matemática*. A esta frase se le han adjudicado, en el tiempo, diversos significados, uno de los cuales es: el único modo de aprender la Matemática es repetir y hacer ejercicios sobre sus textos hasta...asimilarla. Esto requiere tiempo, energía y no es un proceso que pueda acortarse. (Por otro lado, no estamos lejos de la postura que aún hoy comparten muchos profesores, en este campo, aquel específico para la Matemática: no existe un problema de la Didáctica de la Matemática; el profesor sólo debe repetir los teoremas y los alumnos aprenderlos)].

En mi opinión, a partir de este debate, se comienza a delinear una terna de contenidos:

- los contenidos de la disciplina  $d$ , establecidos por ella misma, a partir de su historia;
- los contenidos de la Didáctica de aquella disciplina, decimos para entendernos:  $D_d$ , que tiene como objeto de estudio la sistematización (en la óptica de: enseñanza  $\rightarrow$  aprendizaje eficaz) de los elementos de la disciplina  $d$ , donde los contenidos específicos de  $D_d$  ya no son solamente los contenidos de la disciplina  $d$ , son nuevos respecto de  $d$ ;
- los contenidos de otra teoría, más general, que podría identificarse como aquella que se pone el problema de cómo pasar del caso específico, de los contenidos de  $d$  a los contenidos de  $D_d$ , sea cual fuere la disciplina  $d$ ; se podría entonces comenzar a pensar en una especie de Didáctica general, entendida en este sentido.

Aquí, me ocupo únicamente de la Didáctica de la Matemática, aunque me permito divagar hacia una Didáctica general. Suspendo la historia del nacimiento de una Didáctica general, para señalar algunos aspectos acerca del nacimiento de las Didácticas disciplinarias.

Casi todos hoy consideran los *Elementos* de Euclides una obra de corte didáctico, pero también el contenido del Papiro de Rhind (en su forma original, 1850 a.C.) podría ser una obra destinada a la didáctica debido a muchas de sus características. Esto para mostrar que el problema tiene miles de años de historia. Y no sólo, a lo largo de los siglos, se han desarrollado ideas y concepciones diversas

relativas a la Didáctica de la Matemática (en particular acerca de la Geometría). Sin embargo, cada propuesta didáctica se transformaba siempre en una propuesta concreta de recorrido, modalidad, cambio de axiomática, proyectos..., en fin, diversas perspectivas; es por esto que se suele decir que sólo en los primeros decenios del siglo XX surgieron verdaderos estudios sobre la didáctica entendida como disciplina en sí (Chervel, 1988). A través de los estudios de historia de las Didácticas disciplinarias, se aprende que la escuela sólo hasta ahora ha “escolarizado el saber”, confiriéndole un aspecto que lo torna susceptible de ser enseñado (D’Amore, 2000).<sup>2</sup>

Problemáticas como la transposición didáctica o la ingeniería didáctica pueden surgir, tiene sentido que surjan, únicamente al interno de estructuras institucionalizadas del saber, en las cuales se analiza el tránsito del saber al alumno, con la mediación del profesor, en cuanto representante de la institución y como quien tiene la responsabilidad de sancionar el aprendizaje del alumno.

En otras palabras, el esfuerzo del docente en precedencia consistía tan solo en *repetir* la disciplina, en el lenguaje, el modo y la forma que consideraba peculiares a ésta, si bien de manera personal, por ende exponiendo implícitamente un propio modo de ver las cosas. Quien, de alguna manera misteriosa..., por ósmosis, aprendía, bien: podía considerarse afortunado; quien no hubiera aprendido, probablemente se daba a sí mismo la idea de no tener el famoso “potencial” para aquella disciplina (y, en el caso de la Matemática, resulta fácil constatar ¡cuántos eran quienes sentían que no tenían el “potencial” para esta disciplina!).

Por su parte, Chervel discute acerca de la libertad de la creación de la disciplina con fines escolares, por parte del maestro: «en el marco de una finalidad bien definida, la libertad teórica de creación disciplinaria del maestro se ejercita en un lugar y con un público determinado: el salón de clases de una parte, los alumnos, de la otra» (Chervel, 1988).

Este punto me lleva a afirmar, una vez más, que: de una parte, únicamente las consideraciones de este tipo (acerca de la disciplina) permiten decir que se está desarrollando un discurso crítico que define los contenidos de una Didáctica disciplinaria; de otra parte, que existe la necesidad de reconocer una teoría que garantice la legitimidad de los estudios generales de esta tipología, su coherencia, sus límites entre lo posible y lo correcto (y esto, en mi opinión, no contempla la disciplina en un sentido estrecho sino que podría, en cambio, constituir el puente entre la Didáctica disciplinaria y la Didáctica general).

Es a través de la forma del saber escolarizado (o mejor: que debería de ser escolarizado) que se concretiza la necesidad de las fases de transición: ¿cuáles son las llaves disponibles de acceso al saber?, ¿cómo hacer uso de ellas?, ¿por qué?, ¿con qué objetivo?.

Preguntas de este tipo *deben* encontrar respuestas en cada disciplina; sería un gran problema, ¡si no fuese así!: tendríamos una Didáctica en el vacío, inaceptable.

Pero no sería correcto ni responsable confiar las respuestas de dichas preguntas tan solo a los expertos de las Didácticas disciplinarias: son necesarias consideraciones mucho más amplias, incluso independientes de cualquier disciplina en particular. En cierta forma, sería aún más temible confiar la respuesta de dichas preguntas a los expertos de cada disciplina, sin otra experiencia en Didáctica mas que aquella *rutinaria* de sí mismos como estudiantes o como docentes o basada sobre la observación de sus hijos durante la realización de tareas. El experto de cada disciplina podría no tener la sensibilidad (que se adquiere con los años, merced a la constante investigación en un campo específico) o, más bien,

---

<sup>2</sup> «Bajo el término “escolarización del saber” me refiero al hecho, en gran medida inconsciente, mediante el cual el alumno, en cierto momento de su vida social y escolar (casi siempre durante la escuela primaria) delega a la escuela (en tanto institución) y a los maestros (como sus representantes) la responsabilidad de seleccionar por él los contenidos significativos (que son socialmente por estatus reconocidos y legitimados), renunciando así a hacerse cargo de su elección sobre la base de algún criterio personal, sea éste cual fuere (gusto, interés, motivación...). Dado que dicha escolarización implica el reconocimiento del profesor como depositario del saber socialmente aceptado, resulta obvio que se da, contemporáneamente, una escolarización de relaciones interpersonales (entre alumno y profesor y entre compañeros) además de la relación entre alumno y saber. A esto se le llama “escolarización de las relaciones”».

la competencia para distinguir entre las dos formas de elementos primarios o entre las diversas acepciones de “simple” y, en consecuencia, propondría soluciones didácticas que no darían un resultado positivo (desafortunadamente la historia de la Didáctica de la Matemática está llena de estos ejemplos).<sup>3</sup>

Aún más interesante parece ser la perspectiva que se delinea cuando se tiene el valor de aceptar la idea de “sencillez” y de “elementos” en la fase del primer aprendizaje, llamando “*conceptos*” a todo esto y aceptar de estudiar directamente el desarrollo de los conceptos en la enseñanza. Este es ciertamente el punto de vista de Vygotsky que estudia la diferencia entre el concepto científicamente entendido y la misconcepción del alumno: en este sentido, se puede decir que *el aprendizaje escolar opera la transformación del pensamiento conceptual* (Vygotsky, 1977, cap. IV).

Antes de cerrar las consideraciones generales y adentrarme más en el dominio de la Didáctica de la Matemática, haré aún algunas consideraciones que expongo a continuación.

La Didáctica general, en el sentido que reivindicé anteriormente, remite a varios aspectos:

- a un cierto tipo de discusión en torno a la Pedagogía, referida al aprendizaje y a la enseñanza específica de la formación del docente;
- a posturas teóricas y prácticas concernientes al “oficio del maestro”; afronta la gestión de la clase y de la enseñanza mediante consideraciones generales, teorizando en modo general; es decir, no se dan las ya citadas “recetas”, sino que se ponen de relieve los problemas y se enseña a reconocerlos y a circunscribirlos;
- a un programa que hace referencia a la didactización de las Ciencias de la educación; en particular, la Didáctica reivindica para sí la cuestión de la formación inicial de los maestros y no la remite a las Ciencias de la educación por considerarla demasiado general.

La investigación en Didáctica se plantea metas a partir de necesidades, de exigencias concretas que se pueden expresar, por ejemplo, mediante preguntas como: ¿qué es lo que se debe saber y hacer para hacer eficaz la enseñanza?, ¿de qué manera aprenden los alumnos?, ¿cuáles son las herramientas metodológicas para adaptar la enseñanza a la capacidad individual?, ¿cómo evaluar la eficacia de la metodología escogida?, ¿cómo y con qué instrumentos evaluar? (a manera de contra-ejemplo, yo diría que “el qué evaluar” tiene que ver con la Didáctica disciplinaria, pero el análisis de los posibles instrumentos para realizarla estaría a cargo de la Didáctica general).

Pero todo esto resultaría banal si no se sustenta en profundas y sólidas teorías. Tales teorías se deben construir a partir de las investigaciones en las que colaboren estudiosos tanto de la Didáctica general como de las didácticas disciplinarias para, de esta forma, entender tanto la teoría misma como las ejemplificaciones, útiles en los dos casos. Por ejemplo, resulta obvio, y hoy por hoy aceptado ampliamente, que la epistemología disciplinaria es el punto cardinal para estudiar los obstáculos del aprendizaje y la naturaleza de los errores; lo cual incide directamente sobre la evaluación de la eficacia de la acción didáctica y en la evaluación del nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno. Pero la epistemología disciplinaria debe ser estudio y objeto no sólo de los didactas de cada disciplina: el estudio de Didáctica general, que ignora por completo las características específicas de la

---

<sup>3</sup> Considero necesario enfatizar que la Didáctica de la Matemática es una disciplina autónoma, no es ni Didáctica general, ni es Matemática y, sobre todo, no es un recetario de sentido común. Nada sería peor que una Didáctica basada en la simple experiencia docente, aunque sea larga en el tiempo, es decir no ligada a profundos estudios específicos y, sobre todo, no sustentada en la *investigación* en el campo. (Pero qué fatiga tratar de hacer comprender esto a compañeros matemáticos en pleno siglo XXI...).

epistemología de cada disciplina, arriesga de hablar en el vacío de la misma Didáctica general. Obviamente, ello no significa que el didacta tenga que ser un todólogo: solo estoy diciendo que necesita de informaciones específicas para poder dar ejemplos significativos en el caso que lo requiera.

Lo anterior ha llevado en los últimos 30-35 años al desarrollo de una larga serie de paradigmas metodológicos en el mundo de la Didáctica de la Matemática, aquellos que caen bajo la mirada de todos y que constituyen el lenguaje compartido de nuestra disciplina a nivel internacional: contrato didáctico, teoría de las situaciones, campo conceptual, obstáculos etc. (D'Amore, 1999b); y que también ha llevado a sacar a la luz estudios y propósitos de la investigación en Didáctica general.

Sobre este punto, veamos, en orden cronológico, el pensamiento de destacados Autores:

- según Vergnaud (Vergnaud, Holbwachs, Rouchier, 1977): «Es preciso desechar todo esquema reduccionista: la Didáctica no es reducible ni al conocimiento de una disciplina, ni a la Psicología, ni a la Pedagogía, ni a la Historia, ni a la Epistemología. Esta supone todas las anteriores pero no puede reducirse a ninguna de ellas; ya que tiene una identidad propia, sus propios problemas y sus propios métodos. Este es un punto compartido por investigadores que han elegido esta dirección»;
- según Brun (1981): «La renovación del término “didáctica” en Ciencias de la educación pretende restaurar la importancia del análisis de los contenidos de enseñanza»;
- según Lacombe (1985): «La didáctica contempla esencialmente la transmisión del conocimiento y de las capacidades; esta constituye, como consecuencia, el núcleo cognitivo de la investigación sobre la enseñanza»;
- según Audigier (1990): «La Didáctica se diferencia de la Oedagogía ya que tiene en cuenta sistemáticamente los contenidos disciplinarios».

Lo anterior se refiere a la Didáctica general y a su interés por las disciplinas. Pero si pretendemos definir qué es una Didáctica disciplinaria, veamos lo que dicen reconocidos Autores al respecto:

- Douady (1984): La Didáctica de las Matemáticas es «el estudio de los procesos de transmisión y de adquisición de los diversos contenidos de dicha ciencia (la Matemática) [y] se propone describir y explicar los fenómenos relativos a la relación entre la enseñanza y el aprendizaje. Esta no se reduce en absoluto a buscar la mejor forma de enseñar un determinado concepto»;
- Vergnaud (1985a): «La didáctica de una disciplina que estudia los procesos de transmisión y de adquisición relacionados con el dominio específico de la disciplina o de las ciencias cercanas con las cuales interactúa».

Sin embargo, soy de la opinión que la mejor manera de poner de relieve el contenido, los objetivos y las metodologías de la Didáctica de la Matemática y, al menos en parte, de la actual investigación en Didáctica de la Matemática, sea la de profundizar, paso a paso, algunos de sus contenidos más relevantes. Incluso porque, sobre el tema de la especificidad de la investigación en Didáctica de la Matemática, el debate, en el reciente pasado, ha sido tan intenso que ha llevado a estudios con resultados muy interesantes. Como preámbulo, se podría leer a Brun y Conne (1990) y a Boero (1992). Para conocer la historia de la idea de Didáctica, tal como se la concibe hoy en día, recomiendo a Artigues y Douady (1986) quienes, aunque con ciertas diferencias, ponen de relieve su nacimiento en Francia, en 1974.

Todo lo anterior a menudo ha dejado al descubierto la cuestión para nada trivial de la preparación de los docentes de Matemática. Cada país ha decidido recorrer diferentes caminos, con frecuencia sumamente distintos, pero no es aquí el caso de abordarlos (Fandiño Pinilla, 2003).

En el milenio anterior hemos intentado desbancar la idea, aún viva, que: “para enseñar Matemática es suficiente saber la Matemática”. No puede ser así y nunca lo ha sido: ya en el siglo XVIII se había comprendido que esto ¡no era posible!.

Recomiendo a Godino (1996) y a D'Amore y Martini (2000) para una profundización en el tema. Aquí me limito a señalar que el gran matemático Felix Klein [1849-1925] ya lamentaba la falta de una preparación universitaria de la profesión de maestro de Matemática a finales del siglo XIX (Loria, 1933). Según Klein, el período de los estudios universitarios constituye simplemente un paréntesis, lo que él denominó como *paréntesis universitario*. Antes, el futuro docente es alumno de escuela secundaria, después vive este paréntesis y, finalmente, entra como maestro de secundaria; y, como no ha tenido ninguna preparación en esta profesión, solo puede recurrir al modelo pre-universitario que conocía y que había vivido.

Hasta aquí mis premisas.

Si al menos algunas de estas son compartidas por alguno de los lectores, entonces es lícita la pregunta: ¿qué se espera de los futuros desarrollos?, ¿qué tipo de investigaciones podrían asumir un interés relevante?.

Por diversos motivos que expondré brevemente, yo “apuesto” por:

- registros, semiótica y noética
- el problema de la fallida devolución.
- el problema de la relación personal con el saber
- la influencia de la investigación empírica sobre el trabajo concreto y sobre la gestión curricular por parte del docente.

En sus interesantes y relevantes trabajos, Raymond Duval (1988a, b, c; 1993; 1995) aborda la problemática de los diversos registros semióticos, y la necesidad de la semiótica para llegar a la noética. Por brevedad, aceptemos las siguientes definiciones:

semiótica =<sub>df</sub> representación de un objeto (también mental) realizada por medio de un sistema de signos

noética =<sub>df</sub> adquisición conceptual de un objeto (mental).

Si pensamos que ningún objeto matemático tiene una realidad objetiva (en el sentido aristotélico de “cosa”),<sup>4</sup> entonces nos encontramos en una situación de gran interés conceptual, que Duval (1993) denominó “paradoja cognitiva” (exclusiva de la Matemática): «[...] de una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser sino un aprendizaje conceptual y, de otra parte, es únicamente por medio de representaciones semióticas que es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Tal paradoja podría constituir un verdadero círculo vicioso para el aprendizaje. ¿Cómo podrían los aprendices no confundir los objetos matemáticos con su representación semiótica si éstos sólo pueden relacionarse a través de sus representaciones semióticas?. La imposibilidad de acceder directamente a los objetos matemáticos, más allá de su representación semiótica, vuelve casi inevitable la confusión. Y, por el contrario, ¿cómo podrían los aprendices adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos, necesariamente ligados a la representación semiótica, si carecen aún de la comprensión conceptual de los objetos representados?. La paradoja se hace aún mas fuerte si identificamos la actividad matemática

---

<sup>4</sup> En *Metafísica*, Aristóteles afirma que la “cosa”, en cuanto parte de lo real, es aquello que presenta las tres características siguientes: 1) tridimensionalidad, 2) accesibilidad sensorial múltiple (es decir por varios sentidos a la vez), independientemente de sus representaciones semióticas y 3) posibilidad de separación material de otras partes de la realidad, de otras “cosas”.

con la actividad conceptual, y si se considera la representación semiótica como algo secundario o extrínseco”.

En mi opinión, estamos apenas en el inicio de estudios de este tipo y, sobre todo, estamos apenas comenzando a estudiar qué sentido dar a la palabra “concepto” (en general y, en particular, en Matemática); el hecho es que, tratándose de conceptos matemáticos, sólo podemos dar, indicar, usar, referirnos a, etc. representaciones semióticas, con el problema de:

- *representarlos* en un registro dado
- *tratar* sus representaciones al interior de un registro dado
- *convertir* tales representaciones de un registro a otro.

Todas estas “operaciones” metasemióticas son de gran relevancia e incluso esenciales para el aprendizaje.

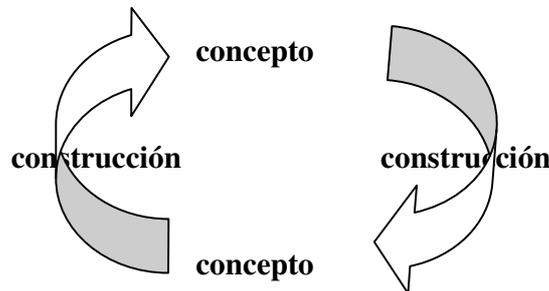
No se trata de estudios abstractos o inútilmente complicados, como podría pensar quien lee superficialmente, sino de una sentida necesidad.

Finalmente, ¿deseamos comprender el por qué de la fallida devolución por parte de los estudiantes?. No está dicho que se trate sólo de un problema afectivo o metacognitivo o relativo a la institucionalización. El nudo del problema podría radicarse en la incapacidad de trabajar tales operaciones metasemióticas, con la consiguiente renuncia, como estoy intentando de probar en estos años. Podría centrarse en la incapacidad de captar o aceptar el pasaje a la institucionalización de la relación personal con el saber...

Una de las dificultades de dar definiciones seguras en este tipo de estudios es que en la idea de “concepto” participan tantos factores y tantas causas; para decirlo brevemente, y por tanto de modo incompleto, no parece correcto afirmar por ejemplo que el concepto de recta (suponiendo que exista) es, sencillamente, el que reside en la mente del académico que ha dedicado su vida al estudio y a la reflexión a dicho asunto; parece hoy en día más correcto afirmar que existe una fuerte componente “antropológica” que pone en evidencia la importancia de las relaciones entre  $R_I(X,O)$  [relación institucional con el objeto del saber] y  $R(X,O)$  [relación personal con el objeto del saber] (utilizo símbolos y terminología de Chevallard, 1992). Obviamente, aquí, por “objeto del saber” se entiende “objeto *matemático* del saber”, lo que Chevallard (1991, pag. 8) define como: «un emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diversos registros semióticos: registro oral; de las palabras o de las expresiones pronunciadas; registro gesticular; dominio de la inscripción o bien de lo que se escribe o dibuja (gráficas, fórmulas, cálculos,...), vale decir registro de la escritura».

Por tanto, en la “construcción” de un “concepto” participarían tanto la parte institucional (el Saber) como la parte personal (de quienquiera que haya abordado dicho saber, no solo el experto). Diversos autores han aceptado esta posición; me limito aquí a sugerir el trabajo de Godino y Batanero (1994) dado que dicho artículo es de extraordinaria importancia para el debate en el cual pretendo entrar, ya que se trata precisamente de las relaciones entre significados institucionales y personales de los objetos matemáticos. Algunos de mis trabajos de los últimos años están centrados en este tema: D’Amore, 2000, 2001, 2002, 2003a, 2003b, 2004.

Ahora bien, distinguir el “concepto” de su construcción no resulta fácil y, tal vez, no pare ser ni posible ni deseable: un concepto está, por así decir, continuamente en fase de construcción y en este mismo proceso radica la parte más problemática, y por tanto más rica, de su significado:



¿Cómo no dar prioridad a este tipo de intereses, mientras contemporáneamente la investigación empírica sigue una serie de recorridos paralelos, en direcciones ramificadas, brindando preciosas alternativas metodológicas?.

Creo que el mundo de la investigación en Didáctica de la Matemática se fragmentará definitivamente en dos: quienes perennemente emprenderán estudios de carácter “abstracto”, no vinculados a la realidad del salón de clases (“microdidáctica”) y quienes continuarán a soñar que toda esta avalancha de investigaciones, incluso teóricas, deberían confluir en el salón de clases, en las competencias profesionales del profesor.

Yo pertenezco al segundo grupo y éste es el motivo por el cual de investigador en Matemática me he convertido en investigador en Didáctica de la Matemática. Y es por esto que, líneas arriba, enumeré entre las posibles líneas de investigación del futuro aquellas por las que vengo “apostando”, incluso sobre la influencia de la investigación empírica en el trabajo concreto y en la gestión curricular.

Quizás, después de las grandes revoluciones de la Didáctica de los últimos decenios del milenio pasado, se deberá tomar, en mi opinión, una decisión fundamental: ¿qué hacer con todos estos resultados de investigación y con todas estas teorías ideadas con el fin de mejorar la oferta de aprendizaje de los alumnos?. (Sería tanto como hacer descubrimientos en Medicina y no desear transformarlos en curas o medicinas).

Tal vez alguno de los otros autores dedicará su atención (de investigación, de experimentación) a la empresa que considero fundamental: mejorar la imagen de la Matemática que poseen los alumnos y las personas en general; aumentar la cultura matemática y, sobre todo, aumentar la educación matemática de todos.

El efecto empírico de la investigación esta aún hoy lejos del salón de clases; quizás debido a que nuestra disciplina es una disciplina joven...

En este milenio se deberá perseguir una meta mucho más compleja: construir un currículo consistente con los resultados obtenidos en las investigaciones.

## Bibliografía

- Artigue M., Douady R. (1986). La didactique des mathématiques en France. *Revue française de pédagogie*. 76, 69-88.
- Audigier F. (1990). *Histoire. Géographie. Éducation civique. Collège Lycée*, 8. París: CRDP.
- Bertolini P. (ed.) (1994). *Sulla didattica*. Firenze: La Nuova Italia.

- Boero P. (1992). Sulla specificità delle ricerche in didattica della matematica. Il caso del formalismo algebrico. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 15, 10, 964-986.
- Brun J. (1981). À propos de la didactique des mathématiques. *Math-École*. 100-101, 14-21.
- Brun J. (1996). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In: Brun J. (ed.) (1996). *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel: Délachaux et Niestlé, 19-43. [También en: Artigue M., Gras R., Laborde C., Tavinot P. (eds.) (1994). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble: La Pensée Sauvage. 67-83].
- Brun J., Conne F. (1990). Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Éducation et recherche*. 3, 261-286.
- Calonghi L. (ed.) (1993). *Nel bosco di Chirone. Contributi per l'identificazione della ricerca didattica*. Napoli: Tecnodid.
- Chervel A. (1988), L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l'éducation*. 38, 1988.
- Chevallard Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. LSD2, IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 12, 1, 73-112.
- Conne F. (1996). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. In: Brun J. (ed.) (1996). *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel: Délachaux et Niestlé. 275-338.
- D'Amore B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora. Edición en idioma español: Grupo Editorial Iberoamérica. México DF: México, en prensa: 2004.
- D'Amore B. (2000). La escolarización del saber y de las relaciones: los efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas. *Relime*. México D.F., México. 3, 3, 321-338.
- D'Amore B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. *Uno*. Barcelona, España. 27, 2001, 51-76.
- D'Amore B. (2002). La complejidad de la noética en matemática como causa de la falta de devolución. *TED*. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional. 11, 63-71.
- D'Amore B. (2003a). La complejidad de la educación y de la construcción del saber. *Suma*. Zaragoza, España. 43, 23-30.
- D'Amore B. (2003b). Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica. Bologna: Pitagora. En idioma español: Grupo Editorial Iberoamérica. México D.F., México. 2003.
- D'Amore B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*. Barcelona, España. 35, 90-106.
- D'Amore B., Martini B. (2000). Sobre la preparación teórica de los maestros de matemáticas. *Relime*. México D.F., México. 3, 1, 33-46.
- Douady R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse d'État, Univ. de Paris. [También en: *Recherches en didactique des mathématiques*. 7, 2, 1986, 5-31].
- Duval R. (1988a). Ecarts sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 7-25.
- Duval R. (1988b). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 57-74.
- Duval R. (1988c). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 235-253.

- Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. ULP, IREM Strasbourg. 5, 37-65.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang. En idioma español: **AGGIUNGERE qui**
- Fandiño Pinilla M.I. (ed.) (2003). *Riflessioni sulla formazione iniziale degli insegnanti di matematica: una rassegna internazionale*. Bologna: Pitagora.
- Genovesi G. (1996). La Didattica Generale, scienza della traslocazione delle conoscenze disciplinari. *La didattica*. 3, 35-37.
- Godino J.D. (1996). Relaciones entre la investigación en didáctica de las matemáticas y la práctica de la enseñanza. En: Puig L., Calderón J. (eds.) (1996). *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: CIDE (Ministerio de Educación y Ciencia). 119-137.
- Godino J.D., Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 3, 325-355.
- Kintzler C. (1989). Éléments. In: AA. VV. (eds.). *Écrits de Condorcet*. Paris: Edilig.
- Lacombe D. (1985). La didactique des disciplines. En: AA. VV. (1985). *Encyclopedia Universalis*. Paris. 394-396.
- Loria G. (1933). Commission internationale de l'enseignement mathématique. La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays. I. Rapport général. *L'enseignement mathématique*, XXXII, 5-20.
- Mialaret G. (1982). *Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*. Caen: Cerse.
- Schubauer-Leoni M.L. (1996). Il contratto didattico come luogo di incontro, di insegnamento e di apprendimento. En: Gallo E., Giacardi L., Roero C.S. (eds.) (1996). *Conferenze e seminari 1995-1996*. Associazione Subalpina Mathesis - Seminario di Storia delle Matematiche "T. Viola". Torino, 21-32.
- Vergnaud G. (1985a). Psicología cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche. En: Chini Artusi L. (ed.) (1985). *Numeri e operazioni nella scuola di base*. Bologna: Zanichelli-UMI. 20-45.
- Vergnaud G., Holbwachs F., Rouchier A. (1977). Structure de la matière enseignée, histoire des sciences et développement conceptuel chez l'élève. *Revue française de pédagogie*. 45, 7-15.
- Vygotsky L.S. (1977). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires: La Pléyade. [La primera ed., Cambridge, MIT Press, 1962, es un resumen tomado de la ed. original en lengua rusa, recogida de artículos editados en Moscú en el 1956].