INSTITUCIÓN EDUCATIVA ROSARIENSE DEL NORTE

GUÍA DE APRENDIZAJE DE MATEMATICAS

1. **CARACTERIZACIÓN DE LA GUÍA**

Ciclo de formación: VI

Área: Matemáticas

Número de horas por ciclo: 26 horas presenciales y 20 horas trabajo en casa.

Número de clases proyectadas: 13

2. **OBJETIVO DEL ÁREA:**

- Desarrollar en los estudiantes de la Institución Educativa Rosariense del Norte habilidades para la resolución de problemas cotidianos empleando los conceptos de números reales y probabilidad, para que se fortalezca la capacidad de tomar decisiones en diversas circunstancias de la vida.
- Fomentar en los estudiantes de la Institución Educativa Rosariense del Norte que el alumno adquiera unos conocimientos y destrezas básicas que le permitan desempeñarse en el día a día. Los alumnos deben identificarse como agentes activos, y reconocerque de sus actuaciones y conocimientos dependerá el desarrollo de su entorno.

3. **CURRICULAR**

MATEMATICAS			
Estándar a desarrollar.	**Resultado de aprendizaje**	**Duración**	**Criterios de evaluación**
Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.	Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos. Utilizo argumentos de la teoría de números para	5 clases presenciales, con un total de 10 horas y para trabajar en casa 8 horas.	• **Saber:** Evaluaciones escritas y orales, exposiciones. • **Hacer:** Desarrollo de talleres,

	justificar relaciones que involucran números. Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a travésde métodos numéricos, geométricos y algebraicos.		Desarrollo de competencias de textoguía, elaboración detrabajo escritos. • **Ser:** Participación en clase y respeto por la palabra, trabajo individual y grupal de manera responsable y eficaz.

4. TABLA DE SABERES.

MATEMATICAS		
Saber – saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Interpreto y comparo resultadosde estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. - Justifico o refuto inferenciasbasadas en razonamientos estadísticos a partirde resultados de estudios publicadosen los medios o diseñados en el ámbito escolar. - Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta. - Describo tendencias que se observan en conjuntos de variablesrelacionadas.	Realiza búsqueda de información en múltiples fuentes y usa apropiadamente el lenguaje matemático. Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.	Cumplir con mi función cuando trabajo en grupo y respeto las funciones de las demás personas.

5. **PLAN DE SESION (CLASE).**

FASE	DESCRIPCION DE LA ACTIVIDAD	RECURSOS ESPERADOS	RESULTADOS ESPERADOS	EVIDENCIA DE APRENDIZAJE
INICIO **Desarrollo** **Evaluación**	SABERES PREVIOS: Se menciona un problema cotidiano donde el estudiante deberápensar sobre posibles hipótesis para dar solución. ***Conceptualización:*** Se explican conceptos con el fin de fortalecer las competencias básicas y generales a través de acciones como: observar, reflexionar, dialogar, preguntar, registrar, proponer, argumentar. ***Evaluación:*** Se realizan talleres donde se evalúa Verificar que Aprendió el estudiante y que puede hacer con los que aprendió en la vida real.	Material impreso: guía con lecturade apoyo. Material digital: Lecturas de apoyo,vídeos, mapas Conceptuales, e imágenes explicativas. Marcadores, tablero, Carteleras. Calculadora.	El estudiante Diseña estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. El estudiante Resuelve y formula problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media. Justifica resultados Obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.	Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas. Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricase interpreto y utilizo susderivadas.

6. Metodología.

La ruta de aprendizaje que se va a ejecutar con los estudiantes para que participen en el proceso comprende tres etapas: inicio, desarrollo y evaluación.

Inicio: Se comienza mencionando un problema cotidiano donde el estudiante deberá pensar sobre posibles hipótesis para dar solución con el fin de motivar e incentivar a los estudiantes.

Desarrollo: Haciendo uso del material digital o impreso, se realiza una lectura y se sintetiza las ideas principales en el tablero con ayuda de mapa conceptuales, mapas mentales o cuadros sinópticos donde los estudiantes participan en la construcción de este. Posteriormente se realiza una explicación de la temática vista con mayor profundidad atendiendo dudas que surgen en los estudiantes.

Evaluación: Finalmente se dan las indicaciones necesarias para dar inicio a la resolución de una actividad que puede ser un taller de selección múltiple, textos de compresión lectora, debates, exposiciones, creación de infografías, resolución de problemas, entre otras. Dichas actividades pueden realizarse de forma individual o grupal según la temática trabajada y serán evaluadas según los criterios establecidos en el sistema de evaluación institucional.

7. Ambientes de aprendizaje.

En el ambiente de aprendizaje se tienen en cuenta:

Espacio físico: Aula de clase de la Institución Educativa Rosariense del Norte.

Actores: Estudiantes del ciclo VI, docente del área de Matemáticas.

Elementos: Recursos educativos, estrategias didácticas.

8. Evaluación.

El objetivo de la evaluación es determinar en qué medida se están cumpliendo las metas de calidad que se fijan en los estándares detectando así, las fortalezas y debilidades en el proceso educativo, para poder así reflexionar sobre el que hacer pedagógico tomando medidas adecuadas para mejorarlo.

Para evaluar a los estudiantes se toma una escala de valoración del 1 al 10, aprobando el área con una valoración de 6,5. En dicha evaluación se tienen en cuenta tres criterios; el saber, el hacer y el ser. El porcentaje para estos criterios se define según la escala de valoración establecida en el sistema de evaluación institucional. (*Ver PEI y Manual de convivencia de la Institución*).

De acuerdo con lo establecido anteriormente, en los criterios se toma en cuenta lo siguiente:

a. **Saber:** Se realizan pruebas orales y escritas siempre enfocadas a verificar los saberes y los conocimiento adquiridos. ***Valoración 30%***

b. **Hacer:** La capacidad de aplicar los conocimientos en la solución de problemas y estudio de caso de la vida real. ***Valoración. 50%.***

c. **Ser:** Caracterizar a los estudiantes según sus actitudes y acatamiento al manual de convivencia institucional. ***Valoración 20%.***

9. BIBLIOGRAFIA SUGERIDA.

Álgebra de Baldor- 19 de junio de 1941.

10. ANEXOS.

https://economipedia.com

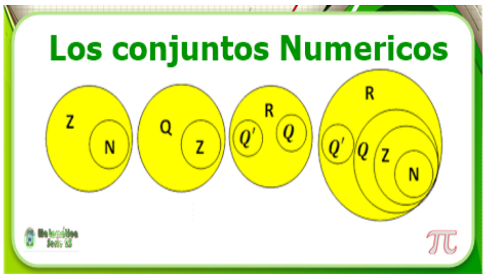
http://uma.edu.ve › episodio-4-numeros-geometricos

https://www.gcfglobal.org/edu/es

https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural

Estudiante		**CICLO**	VI
Periodo	1	**GUÍA**	01
Área/asignatura	Matemáticas		
INSTITUCIÓN	Institución Educativa Rosariense del Norte		

1 CONJUNTOS NUMÉRICOS



Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.

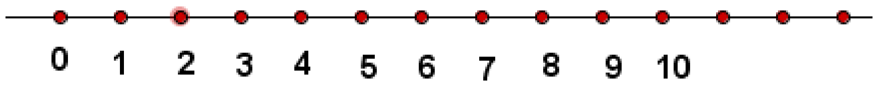
- Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.
- Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales)y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.
- Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.
- Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

Argumento y debato dilemas relacionados con exclusión y reconozco los mejores argumentos, así no coincidan con los míos. (Competencias comunicativas).

1.1 LOS NÚMEROS NATURALES

Con los **números naturales** contamos los elementos de un conjunto (**número cardinal**). O bien expresamos la posición u orden que ocupa un elemento en un conjunto (**ordinal**).El conjunto de los **números naturales** está formado por:

N= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,...}



La s**uma y el producto** de **dos números naturales es otro númeronatural**
.

La **diferencia** de **dos números naturales *no* siempre es un número natural**, sólo ocurre cuando el minuendo es mayor que sustraendo.

$5 - 3 \in \mathbb{N}$

$3 - 5 \notin \mathbb{N}$

El **cociente** de **dos números naturales *no* siempre es un número natural**, sólo ocurre cuando la división es exacta.

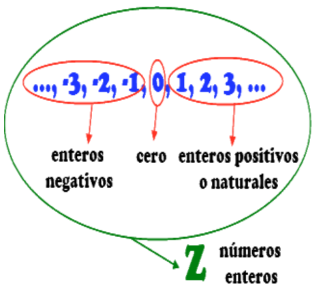
$6: 2 \in \mathbb{N}$

$2: 6 \notin \mathbb{N}$

Podemos utilizar **potencias** , ya que es la forma abreviada de escribir unproducto formado por varios factores iguales.

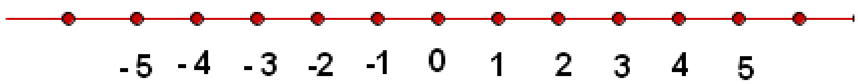
La **raíz** de **un número natural *no* siempre es un número natural** , sóloocurre cuando la raíz es exacta.

1.2 LOS NÚMEROS ENTEROS



Los **números enteros** son del tipo:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\ldots\}$$



Nos permiten expresar: el dinero adeudado, la temperatura bajo cero, las profundidades con respecto al nivel del mar, etc. La **suma** , la **diferencia** y el **producto** de **dos números enteros es otro número entero**.

El **cociente** de **dos números enteros** ***no*** **siempre es un número entero,** sólo ocurre cuando la división es exacta.

$6 : 2 \in \mathbb{Z}$

$2 : 6 \notin \mathbb{Z}$

Podemos operar con **potencias** , pero el **exponente** tiene que ser un número **natural**.

$$(-2)^3 = -8 \in \mathbb{Z}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{-8} \notin \mathbb{Z}$$

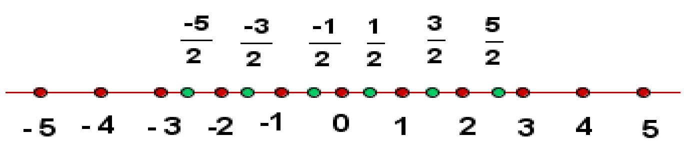
La **raíz** de un **número entero *no* siempre es un número entero** , sólo ocurre cuando la raíz es exacta o si se trata de una raíz de índice par con radicando positivo.

$$\sqrt{-4} \notin \mathbb{Z}$$

1.1 LOS NÚMEROS RACIONALES

1.2 Se llama** número racional **a todo número que puede representarse como el** cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero**.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z};\ b \in \mathbb{Z};\ b \neq 0 \right\}$$



Los números decimales (decimal exacto, periódico puro y periódico mixto) son números racionales; pero los números decimales ilimitados no.

La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números racionales es otro número racional
Podemos operar con potencias , pero el exponente tiene que ser un número entero.

La **raíz** de **un número racional *no* siempre es un número racional** , sólo ocurre cuando la raíz es exacta y si el índice es par el radicando ha de ser positivo.

$$\sqrt{-\frac{4}{5}} \notin \mathbb{Q}$$

1.1 LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Un **número** es **irracional** si posee **infinitas cifras decimales no periódicas** , por tanto **no se pueden expresar en forma de fracción**.

El **número irracional** más conocido es π, que se define como la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

π = 3.141592653589...

Otros **números irracionales** son:

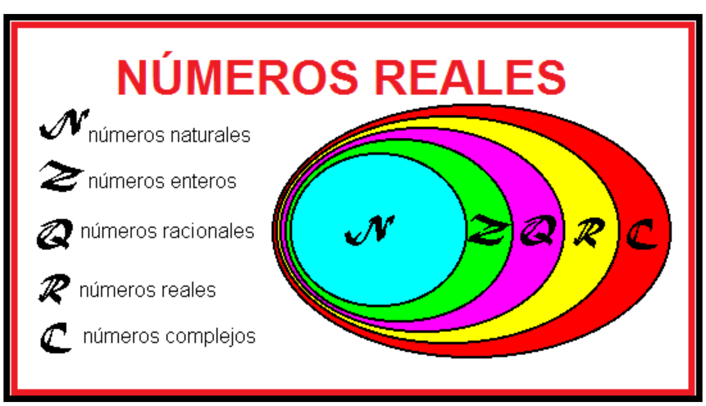
El número **e** aparece en procesos de crecimiento, en la desintegración radiactiva, en la fórmula de la catenaria, que es la curva que podemos apreciar en los tendidos eléctricos.

e = 2.718281828459...

El **número áureo**, Φ, utilizado por artistas de todas las épocas (Fidias,Leonardo da Vinci, Alberto Durero, Dalí,..) en las proporciones de sus obras.

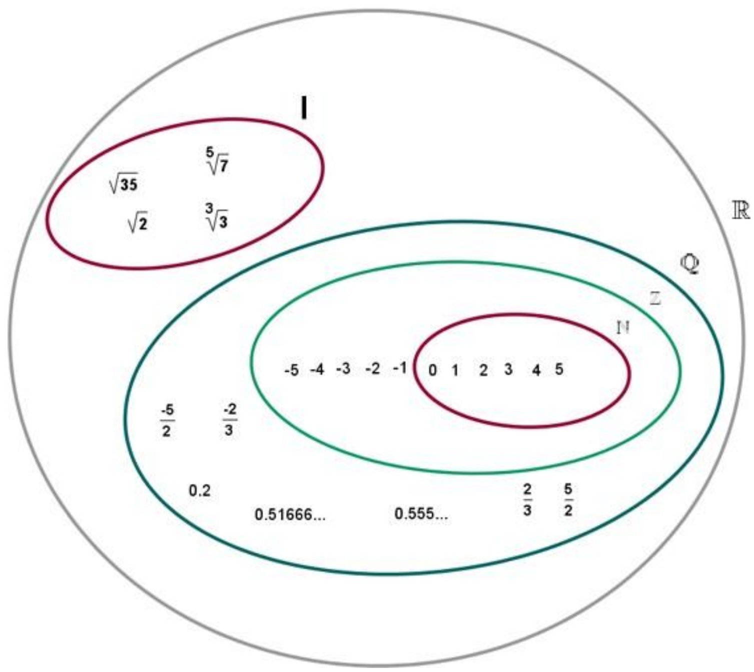
$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033988749...$$

1.1 NÚMEROS REALES



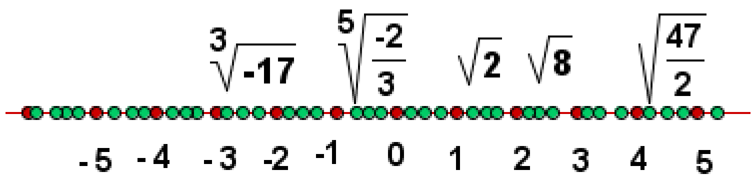
El **conjunto formado** por los números **racionales** e **irracionales** es el conjunto delos ***números reales***, se designa por $\mathbb{R}$.

Con los números reales podemos realizar todas las operaciones, excepto la radicaciónde índice par y radicando negativo y la división por cero.



1.6.1.1 La recta real

A todo **número real** le corresponde un punto de la recta y a **todo puntode la recta un número real**.



1.1 NÚMEROS IMAGINARIOS

Un **número imaginario** se denota por **b*i***, donde:

b es un número real

i es la unidad imaginaria: $\sqrt{-1} = i$

Los **números imaginarios** permiten calcular raíces con índice par yradicando negativo.

$x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = -9 \qquad x = \pm\sqrt{-9} \quad \begin{matrix} \nearrow x_1 = 3i \\ \searrow x_2 = -3i \end{matrix}$$

1.1 NÚMEROS COMPLEJOS

Un **número complejo** en **forma binómica** es **a + bi**.

El número **a** es la **parte real** del **número complejo**.

El número **b** es la **parte imaginaria** del **número complejo**.

Si **b = 0** el **número complejo** se reduce a un **número real**, ya que a +0*i* = **a**.

Si **a = 0** el **número complejo** se reduce a **bi**, y se dice que es un **númeroimaginario puro**.

El conjunto de los **números complejos** se designa por $\mathbb{C}$.

$$\mathbb{C} = \{a + bi \,/\, a, b \in \mathbb{R}\}$$

1.1 DESIGUALDADES E INECUACIONES

Una inecuación es una desigualdad algebraica en la que sus dos miembros aparecen ligadospor uno de estos signos:

<	**menor que**	**$2x - 1 < 7$**
≤	**menor o igual que**	**$2x - 1 \leq 7$**
>	**mayor que**	**$2x - 1 > 7$**
≥	**mayor o igual que**	**$2x - 1 \geq 7$**

La **solución** de una inecuación es el **conjunto de valores de la variable que verifica la inecuacíón**.

Podemos expresar la solución de la inecuación mediante:

1. **Una representación gráfica.**

2. **Un intervalo.**

EJERCICIOS

1. $2x - 1 < 7$

$2x < 8 \quad x < 4$

$(-\infty, 4)$

2. $2x - 1 \leq 7$

$2x \leq 8 \quad x \leq 4$

$(-\infty, 4]$

3. $2x - 1 > 7$

$2x > 8 \quad x > 4$

4. $2x - 1 \geq 7$

$2x \geq 8 \qquad x \geq 4$

$[4, \infty)$

PROBLEMAS

Escoge la opción correcta

La solución de la inecuación $4(5x - 4) \geq 12x$ es...$x < 2$

- $x \leq 2$
- $x \geq 2$

2La solución como intervalo de la inecuación $-3(2x - 7) + 5 \leq 92 - 4x$ es...

- $[-33, +\infty]$
- $[-33, +\infty)$
- $(-33, +\infty)$

3La solución de la ecuación $\frac{-1-3x}{2} < 4 \cdot (x-7)$ es...

- $x < 5$
- $x \geq 5$
- $x > 5$

4La solución como intervalo de la inecuación $3 - \frac{4}{5}\left[10x - 5(8-2x) + \frac{3x-1}{2}\right] > \frac{4x+3}{10} - 3 + \frac{x}{4}$ es...

$\left(\frac{254}{119}, +\infty\right)$ $\quad \left[\frac{254}{119}, +\infty\right)$ $\quad \left(-\infty, \frac{254}{119}\right)$

1. CRITERIOS DE EQUIVALENCIA

Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismonúmero, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$3x + 4 < 5$

$3x + 4 - 4 < 5 - 4$

$3x < 1$

Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismonúmero positivo, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$2x < 6$

$2x : 2 < 6 : 2$

$X < 3$

Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación resultante **cambia de sentido** y es equivalente ala dada.

EJERCICIO

$-x < 5$

$(-x) \cdot (-1) > 5 \cdot (-1)x$

> -5

PROBLEMAS

Escoge la opción correcta:

1 La solución de la inecuación $4(5x - 4) \geq 12x$ es...$x < 2$

- $x \leq 2$
- $x \geq 2$

2 La solución como intervalo de la inecuación $-3(2x - 7) + 5 \leq 92 - 4x$ es...

- $[-33, +\infty]$
- $[-33, +\infty)$
- $(-33, +\infty)$

3 La solución de la ecuación $\frac{-1-3x}{2} < 4\cdot(x-7)$ es...x

- < 5
- $x \geq 5$
- $x > 5$

4 La solución como intervalo de la inecuación $3 - \frac{4}{5}\left[10x - 5(8-2x) + \frac{3x-1}{2}\right] > \frac{4x+3}{10} - 3 + \frac{x}{4}$ es...

- $\left(\frac{254}{119}, +\infty\right)$
- $\left(-\infty, \frac{254}{119}\right)$
- $\left[\frac{254}{119}, +\infty\right)$

Estudiante		**CICLO**	VI
Periodo	1	**GUÍA**	02
Área/asignatura	Matemáticas		
INSTITUCIÓN	Institución Educativa Rosariense del Norte		

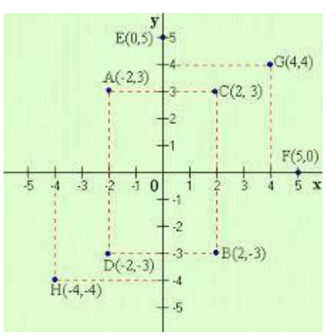
2. FUNCIONES

INDICADORES

- Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.
- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representacióncartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y fi guras cónicas.
- Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.

Identifico prejuicios, estereotipos y emociones que me dificultan sentir empatía por algunas personas o grupos y exploro caminos para superarlos.(Competencias cognitivas y emocionales).

1. COORDENADAS EN EL PLANO



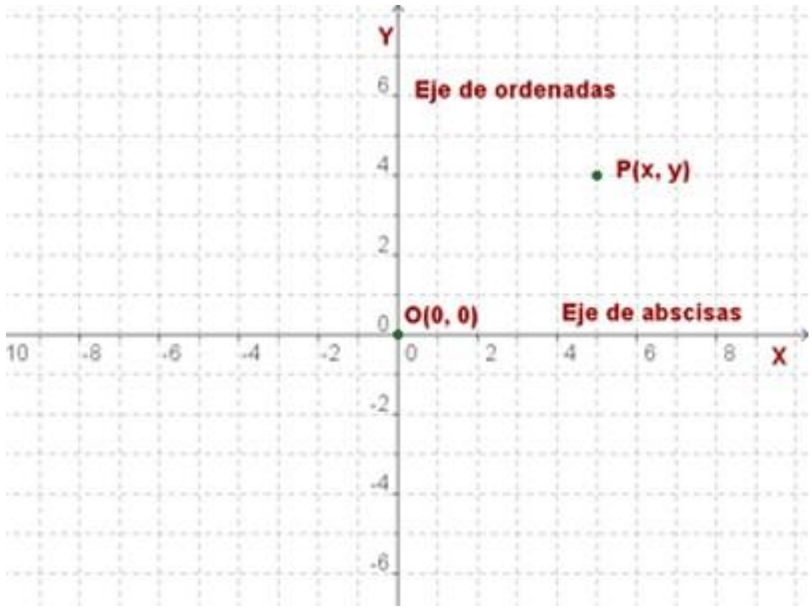
Para representar los puntos en el Plano, necesitamos dos rectas perpendiculares, llamados ejes cartesianos o ejes de coordenadas:

- El eje horizontal se llama eje X o eje de abscisas.
- El eje vertical se llama eje Y o eje de ordenadas.
- El punto O, donde se cortan los dos ejes, es el origen de coordenadas.
- Las coordenadas de un punto cualquiera P se representan por (x, y).

2. La primera coordenada se mide sobre el eje de abscisas, y se la denominacoordenada *x* del punto

o abscisa del punto.

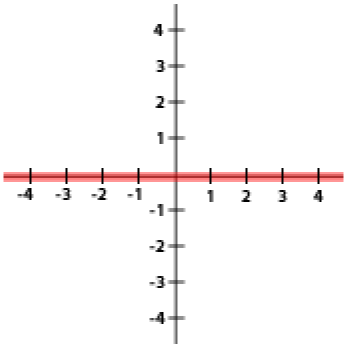
3. La segunda coordenada se mide sobre el eje de ordenadas, y se le llamacoordenada *y* del punto u ordenada del punto.



EVALUACIÓN

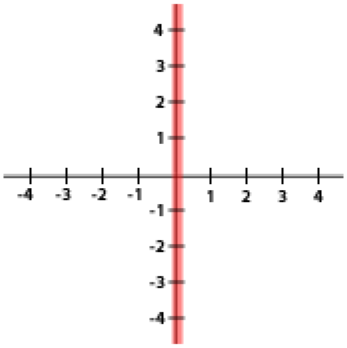
Escoge la opción correcta:

En el dibujo siguiente señala el…



- Eje de abscisas. Eje
- de ordenadas.eje
- vertical.

2En el dibujo siguiente se señala el...



- El eje de ordenadas.El
- eje vertical.
- Las dos respuestas anteriores son correctas.

3La primera coordenada de un punto...

- Siempre se encuentra en el eje X.Siempre se
- encuentra en el eje Y.
- Ninguna de las respuestas anteriores son correctas.

4La segunda coordenada de un punto...

- Se llama abscisa del punto.Se
- llama ordenada del punto.
- Ninguna de las dos respuestas anteriores es correcta.

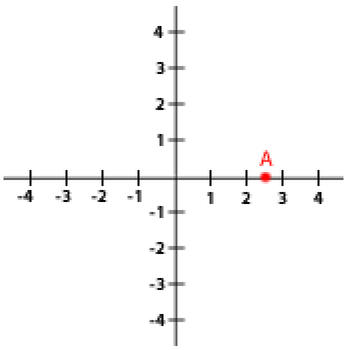
5El origen de coordenadas es el punto...(0,0)

- Donde se cortan los dos ejes de coordenadas.
- Las dos respuestas anteriores son correctas.

6Los ejes cartesianos o ejes de coordenadas...

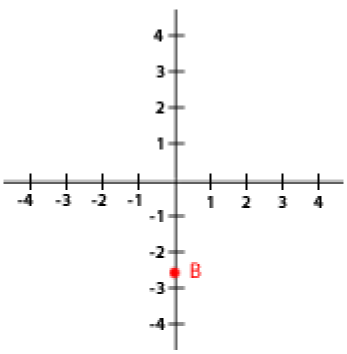
- Siempre son perpendiculares.
- Siempre son secantes y pueden ser o no perpendiculares.Las dos
- respuestas anteriores son correctas.

7El punto A se encuentra situado en...



- El eje X.El
- eje Y.
- El origen de coordenadas.

8El punto B se encuentra situado en...

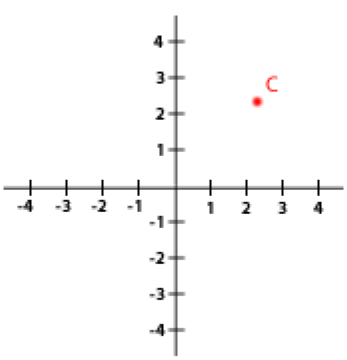


El eje de abscisas. El

eje de ordenadas.

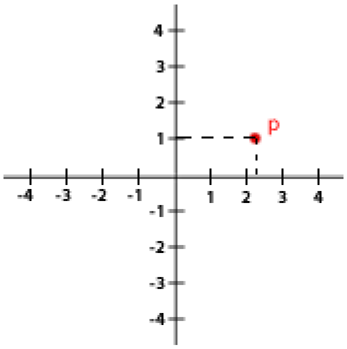
Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

6. El punto C se encuentra situado en…



- El eje de abscisas. El
- eje de ordenadas.
- Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

10 El punto P de la figura puede tener coordenadas...



- P(x, 1)
- P (1, x)
- P (1,1)

4. TABLAS DE VALORES

Una tabla es una representación de datos, mediante pares ordenados, expresan la relaciónexistente entre dos magnitudes o dos situaciones.

EJERCICIOS

La siguiente tabla dos muestra la variación del precio de las patatas, según el número dekilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en unexamen.

Nota	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Nº de alumnos	**1**	**1**	**2**	**3**	**6**	**11**	**12**	**7**	**4**	**2**	**1**

PROBLEMAS

Completa las siguientes tablas según indica que cada uno de los enunciados:

1El alquiler de una moto cuesta 10 €/día. Completa la tabla que relaciona elnúmero de días de alquiler con el precio.

Nº de días	**1**	**2**	**3**			**10**
Precio (en €)	10			60	80	

2Relaciona la altura de Pedro con su edad usando los siguientes datos:Al año de

- edad medía medio metro.
- A los dos años medía 13 cm más.A los
- tres años medía 76 cm.
- A los cuatro, 87 cm.
- A los cinco le faltaban dos centímetros para llegar al metro de altura.A los seis,
- pasaba 5 cm del metro.

- Y a los siete, medía 1m y 10 cm.

Edad (en años)	1	2	3	4	5	6	7
Alturas (en m)							

3 Completa la tabla que relaciona un número con su opuesto.

Número	-3	-2	-1	1	2	3
Opuesto						

4 Completa la tabla que relaciona el lado de un cuadrado con su perímetro.

Lado (en cm)	1	2	3		10	
Perímetro (en cm)	4			20		80

5 Completa la tabla que relaciona el lado de un cuadrado con su área.

Lado (en cm)	**2**	**3**			**9**	**11**
Área (en cm^2)			36	64		

1.3 REPRESENTACIÓN

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de unatabla.

Las gráficas describen relaciones entre dos variables.

La **variable** que se representa en el **eje horizontal** se llama **variable independiente o variablex**.

La que se representa en el **eje vertical** se llama **variable dependiente o variable y**.**La variable y está en función de la variable x.**

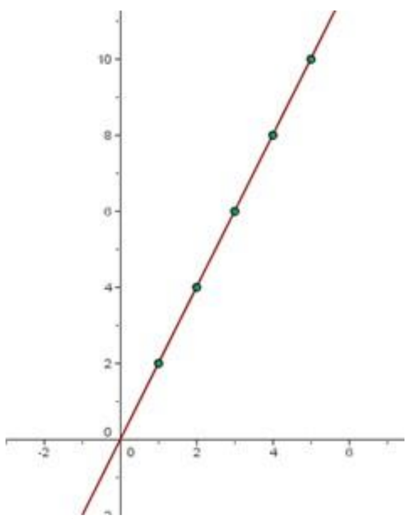
Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones.

Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómovaría la variable dependiente, y, al aumentar la variable independiente, x.

EJERCICIO

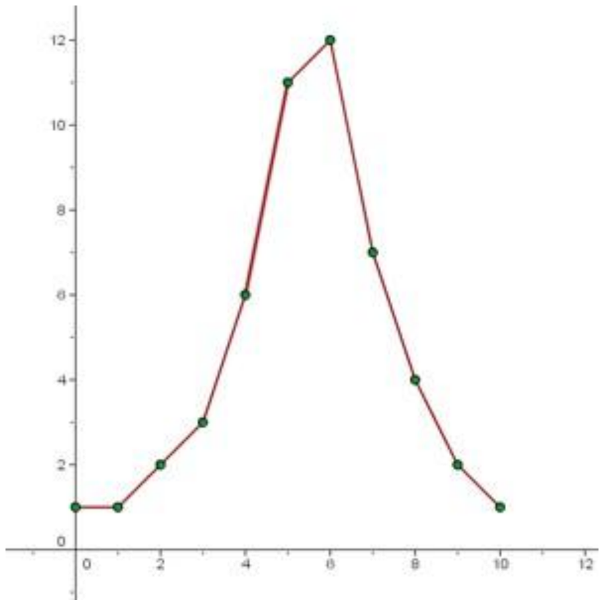
Kg de patatas	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Precio en €	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio



se va incrementando.

Nota	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Nº de alumnos	**1**	**1**	**2**	**3**	**6**	**11**	**12**	**7**	**4**	**2**	**1**

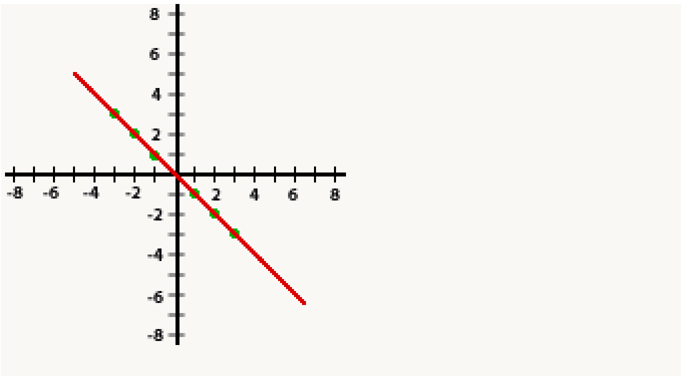


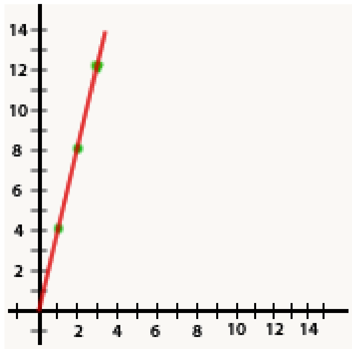
En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendidaentre 4 y 7.

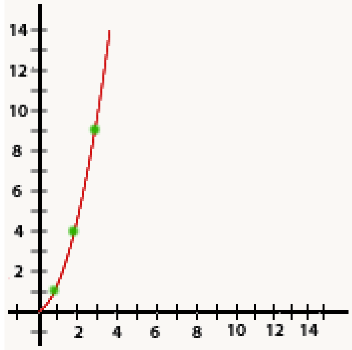
PROBLEMAS

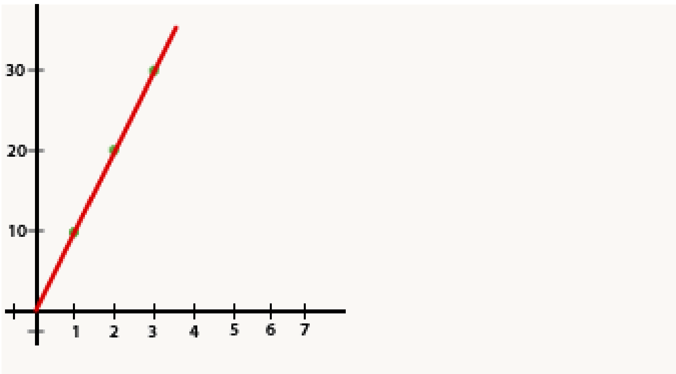
Arrastra cada gráfica a la tabla que corresponda

1





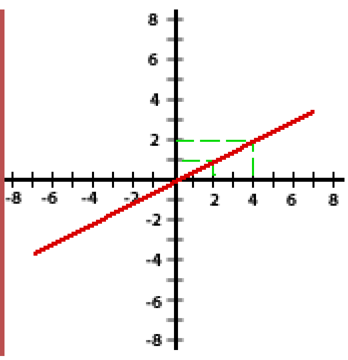




Nº d edías	1	2	3	6	8	10
Precio (en €)	10	20	30	60	80	100
Número	-3	-2	-1	1	2	3
Opuesto	3	2	1	−1	−2	−3

Nº d edías	1	2	3	6	8	10
Precio (en €)	10	20	30	60	80	100
Número	-3	-2	-1	1	2	3
Opuesto	3	2	1	−1	−2	−3

Escoge el enunciado adecuado para cada una de estas dos gráficas:

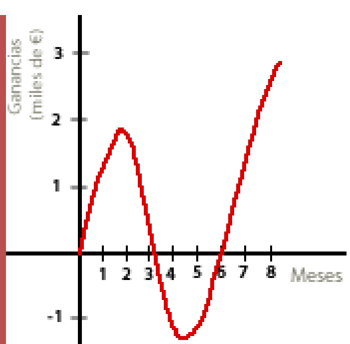


2

Relación de un número con su doble.Relación de

un número con su mitad.

Relación de un número con su opuesto.

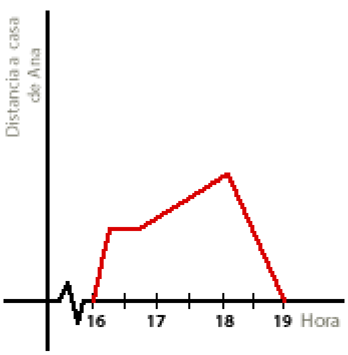


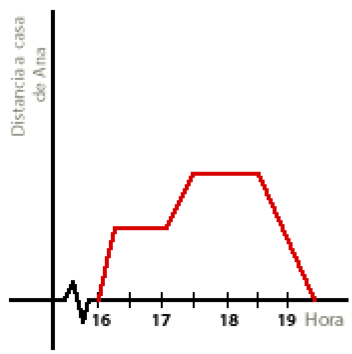
3

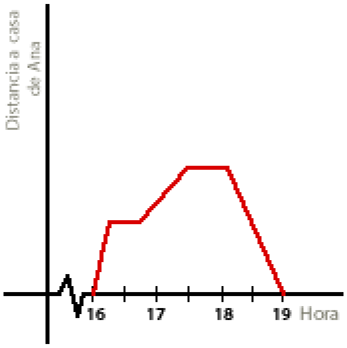
- Ganancias en una tienda que ha remontado tras un mal momento.
- Ganancias en una tienda que está a punto de cerrar porque el negocio va mal.
- Ganancias en una tienda que permanece con unos ingresos constantes desde que empezó.

Escoge la gráfica adecuada para cada enunciado:

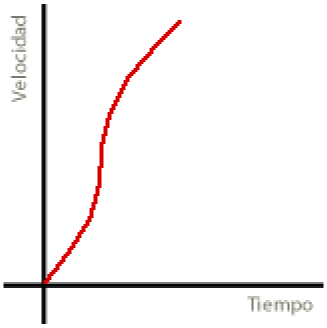
4 Ana salió a pasear a las 4 de la tarde. A los 15 minutos se encontró con Pablo y estuvieron hablando parados media hora. El chico decidió acompañarla y caminaron durante tres cuartos de hora hasta llegar a casa de Marta. Allí pararon 35 minutos para merendar y descansar. Después volvieron a casa de la chica sin hacer ninguna parada, para lo que emplearon 55 minutos.





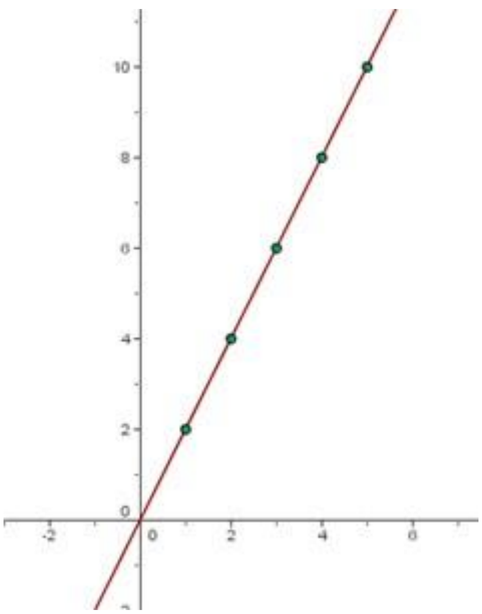


5 Queremos llenar un recipiente como el de la figura dejando abierto un grifo que deja caer el agua a velocidad constante. Y queremos encontrar la tabla que relaciona el tiempo transcurrido con la velocidad de llenado del recipiente.



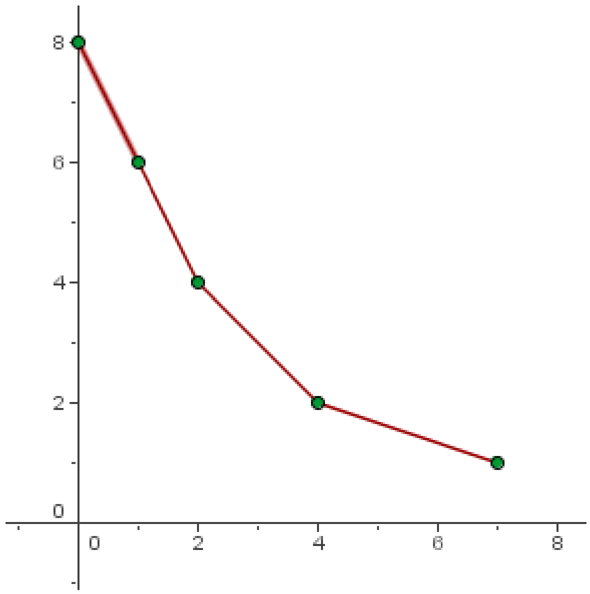
1.4 CARACTERÍSTICAS DE LAS GRÁFICAS

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente aumenta la otra variable.

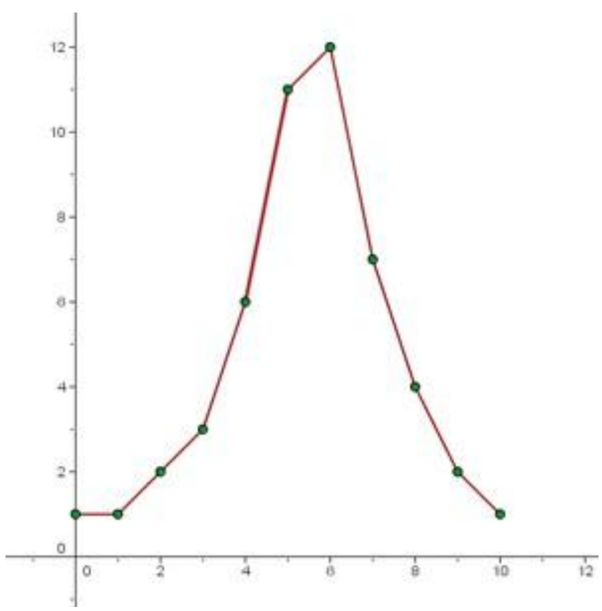


1.11.1 GRÁFICA DECRECIENTE

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.

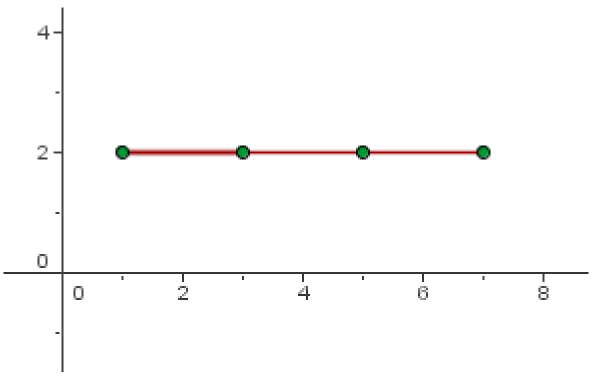


Una gráfica puede tener a la vez partes crecientes y decrecientes.



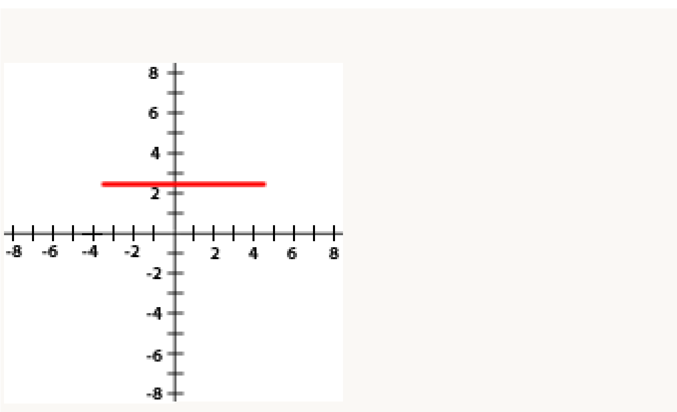
1.11.2 GRÁFICA CONSTANTE

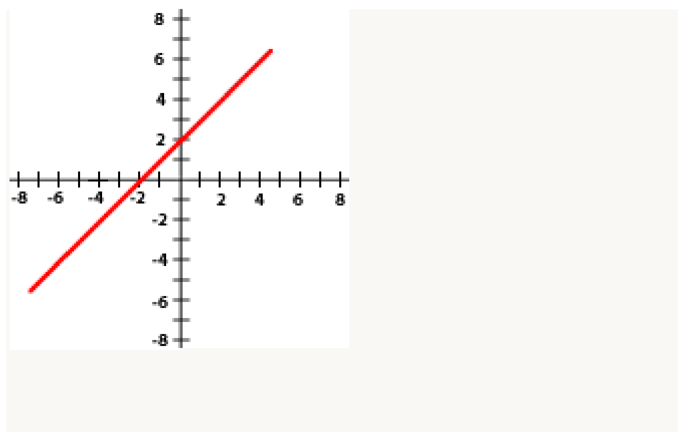
Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable.

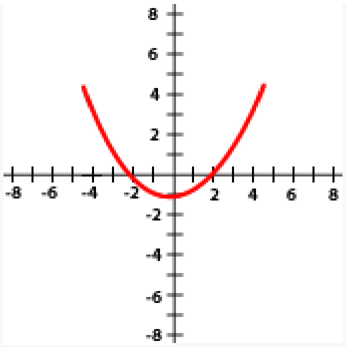
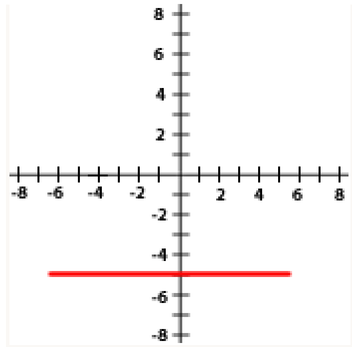
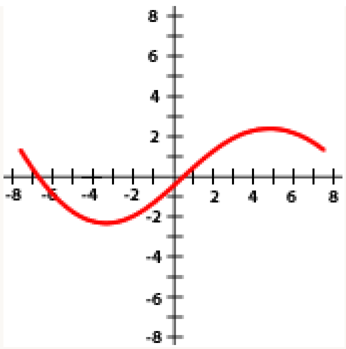
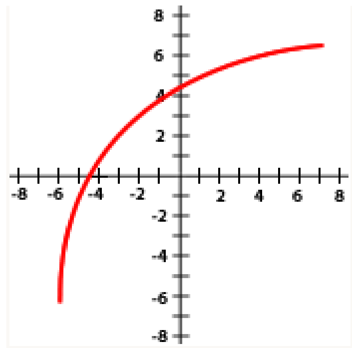
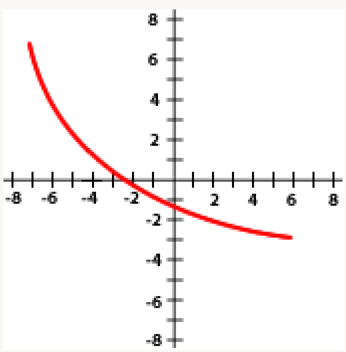
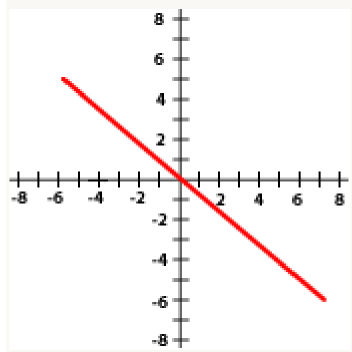
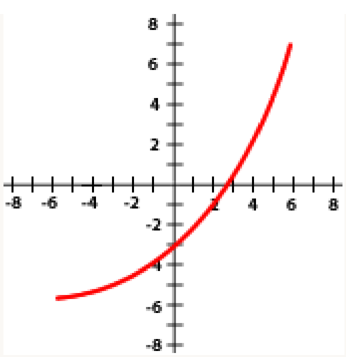
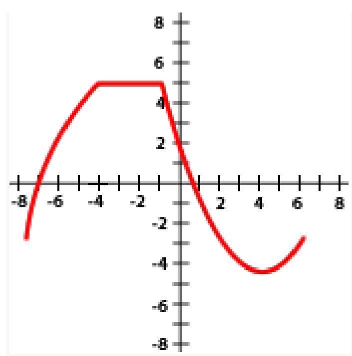


EJERCICIO

Clasifica cada una de las siguientes funciones






8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

8 6 4 2 -2 -4 -6 -8
-8 -6 -4 -2 2 4 6 8

1.5 CONCEPTO DE FUNCIÓN

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor de la primerale corresponde un único valor de la segunda, llamada imagen.

EJERCICIO

El precio de un viaje en taxi viene dado por:

y = 3 + 0.5 x

Siendo x el tiempo en minutos que dura el viaje.

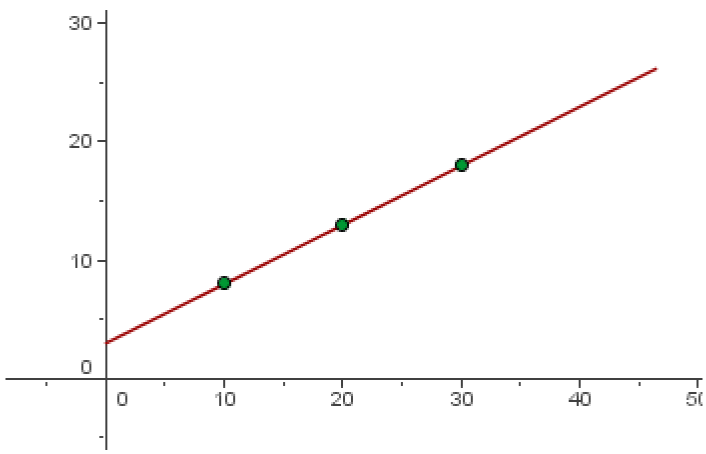
Como podemos observar la **función relaciona dos variables. x e y.**

x es la variable independiente.

y es la variable dependiente (depende de los minutos que dure el viaje).

Las funciones se representan sobre unos ejes cartesianos para estudiar mejor sucomportamiento.

x	**10**	**20**	**30**
y= 3 + 0.5x	**8**	**13**	**18**




PROBLEMAS

Indica si las siguientes relaciones son funciones:

1 El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.

- Sí.
- No.

2 El coste de una llamada telefónica y su duración.

- Sí.

- No.

3 Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.

- Sí.
- No.

4 Edad de una persona y su color de pelo.

- Sí.
- No.

5 Color de un diario y número de páginas escritas.

- Sí.
- No.

6 Cantidad de alumnos de una clase y número de aprobados.

- Sí.
- No.

7 El sexo de una persona y la cantidad de cigarrillos diarios que fuma.

- Sí.
- No.

8 Dinero invertido en publicidad por una marca y beneficios obtenidos.

- Sí.
- No.

De las funciones a las que se refieren los siguientes enunciados, separa las variables en dependientes e independientes: La electricidad consumida y el importe del recibo a pagar.

9 La superficie de un cuadrado y la longitud del lado de dicho cuadrado.

- La velocidad a la que circula un vehículo y el espacio recorrido.

- El importe a pagar y el número de litros repostados en una gasolinera.
- Crecimiento del IPC en los doce meses del último año.

El importe del recibo a pagar.

El número de litros repostados en una gasolinera.

Los doce meses del último año.

La electricidad consumida.

El importe a pagar

La superficie de un cuadrado.

La velocidad a la que circula un vehículo.

Crecimiento del IPC.

El espacio recorrido.

La longitud del lado de dicho cuadrado.

Variable independiente

Variable dependiente

Averigua el valor de la variable dependiente en cada caso:

10 $y = 3x + 1$

$x = 0$ → $y =$

$x = 5$ → $y =$

11 $y = 4(2 - x)$

$x = -3$ → $y =$

$x = 2$ → $y =$

12 $y = (x + 4)^2$

$x = -6$ → $y =$

$x = 6$ → $y =$

13 $f(x) = 4x - 7$

$f(0) =$

$f(2) =$

14 $f(x) = -7x + 8$

$f(-3) =$

$f(4) =$

15 $f(x) = (3x - 2)^3$

$f(0) =$

$f(3) =$

Estudiante		**CICLO**	VI
Periodo	2	**GUÍA**	03
Área/asignatura	Matemáticas		
INSTITUCIÓN	Institución Educativa Rosariense del Norte		

LIMITE DE UNA FUNCION

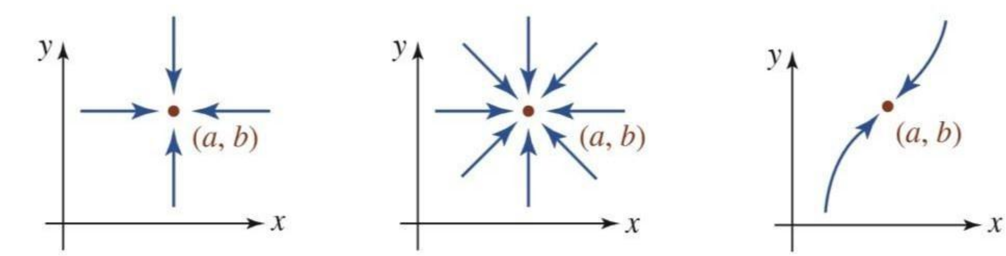
INDICADOR

- Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados deprecisión específicos

Valoró positivamente las normas constitucionales que hacen posible la preservación de las diferencias culturales y políticas, y que regulan nuestra convivencia. (Competencias cognitivas y conocimientos).

10.1 LÍMITE EN UN PUNTO

El límite de la función $f(x)$ en el punto x_0 , es el valor al que se acercan las imágenes (las y) cuando los originales (las x) se acercan al valor x_0. Es decir el valoral que tienden las imágenes cuando los originales tienden a x_0.



a) A lo largo de las rectas horizontal y vertical que pasan por (*a*, *b*)

b) A lo largo de toda recta que pasa por (*a*, *b*)

c) A lo largo de toda curva que pasa por (*a*, *b*)

Vamos a estudiar el límite de la función $f(x) = x^2$ en el punto $x_0 = 2$.

x	**f(x)**
1,9	**3,61**
1,99	**3,9601**
1,999	**3,996001**
...	**...**
↓	↓
2	**4**

x	**f(x)**
2,1	**4.41**
2,01	**4,0401**
2,001	**4,004001**

...	...
↓	↓
2	4

Tanto si nos acercamos a 2 por la izquierda o la derecha las imágenes se acercana 4.

10.2 PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

10.2.1 Límite de una constante

$$\lim_{x \to a} k = k$$

10.2.2 Límite de una suma

$$\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

10.2.3 Límite de un producto

$$\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

10.1.1 Límite de un cociente

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \qquad si \quad \lim_{x\to a} g(x)\neq 0$$

10.1.2 Límite de una potencia

$$\lim_{x\to a}\left[f(x)^{g(x)}\right]=\lim_{x\to a}\left[f(x)\right]^{\lim_{x\to a} g(x)} \qquad si \quad f(x)>0$$

10.1.3 Límite de una función

$$\lim_{x\to a} g[f(x)]=g\lim_{x\to a} f(x)$$

g puede ser una raíz, un log, sen ,cos, tg, etc.

10.1.4 Límite de una raíz

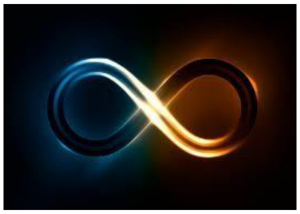
$$\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$$

Si n es impar
Si n es par $f(x)\geq 0$

10.1.5 Límite de un logaritmo

$$\lim_{x\to a}[\log_a f(x)]=\log_a\left[\lim_{x\to a} f(x)\right] \qquad \text{Si } a>0 \text{ y } f(x)>0$$

10.3 OPERACIONES CON INFINITO



Debemos señalar que estas indicaciones **no son operaciones propiamente dichas**, sino simplemente un recurso para ayudarnos a resolver límites.

Debemos tener claro que **infinito no es un número**.

No distinguimos entre $+\infty$ y $-\infty$ para no alargar excesivamente la lista. Nos basta con saber:

La regla de los signos y que $a^{-n} = 1/a^{n}$

10.3.1 Sumas con infinito

10.3.1.1 Infinito más un número

$$\infty \pm k = \infty$$

10.3.1.2 Infinito más infinito

$$\infty + \infty = \infty$$

10.3.1.3 Infinito menos infinito

$$\infty - \infty \rightarrow Ind$$

10.3.1 Productos con infinito

10.3.1.1 Infinito por un número

$\infty \cdot (\pm k) = \pm\infty \qquad Si\ k \neq 0$

10.3.1.2 Infinito por infinito

$\infty \cdot \infty = \infty$

10.3.1.3 Infinito por cero

$0 \cdot \infty \rightarrow Ind$

10.3.2 Cocientes con infinito y cero

10.3.2.1 Cero partido por un número

$$\frac{0}{k} = 0$$

10.3.2.2 Un número partido por cero

$$\frac{k}{0} = \infty$$

10.3.1.1 Un número partido por infinito

$$\frac{k}{\infty} = 0$$

10.3.1.2 Infinito partido por un número

$$\frac{\infty}{k} = \infty$$

10.3.1.3 Cero partido por infinito

$$\frac{0}{\infty} = 0$$

10.3.1.4 Infinito partido por cero

$$\frac{\infty}{0} = \infty$$

10.3.1.5 Cero partido por cero

$$\frac{0}{0} \to Ind$$

10.3.1.6 Infinito partido por infinito

$$\frac{\infty}{\infty} \to Ind$$

10.3.1 Potencias con infinito y cero

10.3.1.1 Un número elevado a cero

$$k^0 = 1$$

10.3.1.2 Cero elevado a cero

$$0^0 \rightarrow Ind$$

10.3.1.3 Infinito elevado a cero

$$\infty^0 \rightarrow Ind$$

10.3.1.4 Cero elevado a un número

$$0^k = \begin{cases} 0 & \text{si } k>0 \\ \infty & \text{si } k<0 \end{cases}$$

10.3.1.5 Un número elevado a infinito

$$k^\infty = \begin{cases} \infty & \text{si } K>1 \\ 0 & \text{si } 0<k<1 \end{cases}$$

10.3.1.6 Cero elevado a infinito

$$0^\infty = 0$$

10.3.1.4 Infinito elevado a infinito

$$\infty^{\infty} = \infty$$

10.3.1.5 Uno elevado a infinito

$$1^{\infty} \rightarrow Ind$$

10.4 CÁLCULO DEL LÍMITE EN UN PUNTO

10.5 Si *f(x)* es una función usual (polinómicas, racionales, radicales, exponenciales, logarítmicas,etc.) y está definida en el punto a, entonces se suele cumplir que:

$$\lim_{x \to a} = f(a)$$

Es decir: para calcular el límite se sustituye en la función el valor al que tienden las x.

**EJERCICIOS**

$$\lim_{x \to 1}(-x^2 - 5x + 6) = -1^2 - 5 \cdot 1 + 6 = 0$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2}{x^2 - 5x + 2} = \frac{3^2 - 2}{3^2 - 5 \cdot 3 + 2} = -\frac{7}{4}$$

$$\lim_{x \to 1}\left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x}\right) = \left(\sqrt{1^2 + 3 \cdot 1} - \sqrt{1^2 + 1}\right) = 2 - \sqrt{2}$$

No podemos calcular $\lim_{x \to -2} \sqrt{x}$ porque el dominio de definición está en el intervalo [0, ∞), portanto no puede tomar valores que se acerquen a −2.

Sin embargo sí podemos calcular $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$, porque aunque 3 no pertenezca al dominio,D= − {2, 3}, ℝ sí podemos tomar valores del dominio tan próximos a 3 como queramos.

10.6 CÁLCULO DEL LÍMITE EN UNA FUNCIÓN DEFINIDA A TROZOS

En primer lugar tenemos que estudiar los límites laterales en los puntos de unión de losdiferentes trozos.

Si coinciden, este es el valor del límite.

Si no coinciden, el límite no existe.


EJERCICIO

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x < -1 \\ x^2 & \text{si} \quad -1 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

En x = −1, los límites laterales son:

Por la izquierda: $\lim_{x \to -1^-} 1 = 1$

Por la derecha: $\lim_{x \to -1^+} x^2 = 1$

Como en ambos casos coinciden, **el límite existe y vale 1**.

En x = 1, los límites laterales son:

Por la izquierda: $\lim_{x \to 1^-} x^2 = 1$

Por la derecha: $\lim_{x \to 1^+} 2 = 2$

Como no coinciden los límites laterales no tiene límite en x = 1.

PROBLEMAS

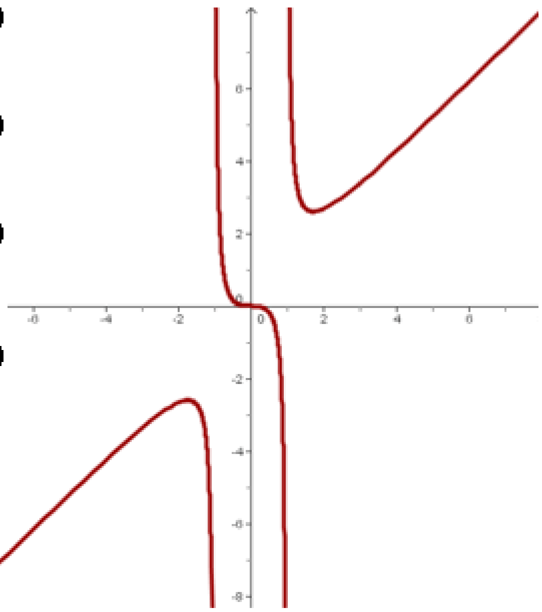
Nota: Infinito no es un número, las operaciones que realizamos con ∞ son simplemente un recurso para ayudarnos a resolver límites.

1 Aplicando la definición de límite, probar que:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x+3}{2} = 2$$

2 Observa la gráfica de esta función f(x) y calcular estos límites.

1. $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
2. $\lim_{x \to -1} f(x)$
3. $\lim_{x \to 1^-} f(x)$
4. $\lim_{x \to 1^+} f(x)$
5. $\lim_{x \to \infty} f(x)$



Calcular los siguientes límites

3 $\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$

4 $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2}{x - 1} - \frac{x^2 + 1}{x - 2} \right)$

5 $\lim_{x \to \infty} \frac{7x - 1}{\sqrt[3]{5x^3 + 4x - 2}}$

6 $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{4x^4 + x^2 + 1}}{x^2 + 1}$

7 $\lim_{x \to \infty} \frac{(x^2 + 1)^2 - 3x^2 + 3}{x^3 - 5}$

8 $\lim_{x \to \infty} \frac{\log(x^8 - 5)}{x^2}$

9 $\lim_{x \to \infty} \frac{3^x - 1}{\sqrt{x^7 + x^5}}$

10 $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^7 + x^5 + x^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^x}$$

11 $$\lim_{x\to 0} \frac{2}{3 + 4^{\frac{1}{x}}}$$

12 $$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{18x^2 + 1} \, \frac{1}{\sqrt{32x^2 - 3}} \right)$$

13 $$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$$

14 $$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$$

15 $$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$$

16 $$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x+2}\right)^{x-1}$$

17 $$\lim_{x\to\infty} \left(1 - \frac{2}{3x}\right)^{x}$$

18 Calcular:

- 1 $$\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2x^2}{3x+1}\right)^{\frac{3x^2+2}{5x-3}}$$
- 2 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x+1}\right)^{\frac{-3x^2+2}{5x-3}}$$
- 3 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x+1}\right)^{\frac{-3x^2+2}{5x^2-3}}$$
- 4 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x^3+1}\right)^{\frac{3x^2+2}{5x-3}}$$
- 5 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x^3+1}\right)^{\frac{-3x^2+2}{5x-3}}$$
- 6 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x^2+1}\right)^{\frac{-3x+2}{5x^2-3}}$$
- 7 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x^2+1}\right)^{\frac{-3x^2+2}{5x-3}}$$
- 8 $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{3x^2+1}\right)^{\frac{3x^2+2}{5x-3}}$$

Estudiante		CICLO	VI
Periodo	2	GUÍA	04
Área/asignatura	Matemáticas		
INSTITUCIÓN	Institución Educativa Rosariense del Norte		

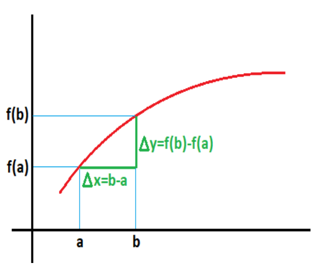
11 DERIVADAS

INDICADOR

Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media

Argumento y debato dilemas de la vida en los que los valores de distintas culturas o grupos sociales entran en conflicto; reconozco los mejores argumentos, así no coincidan con los míos. (Competencias cognitivas y comunicativas).

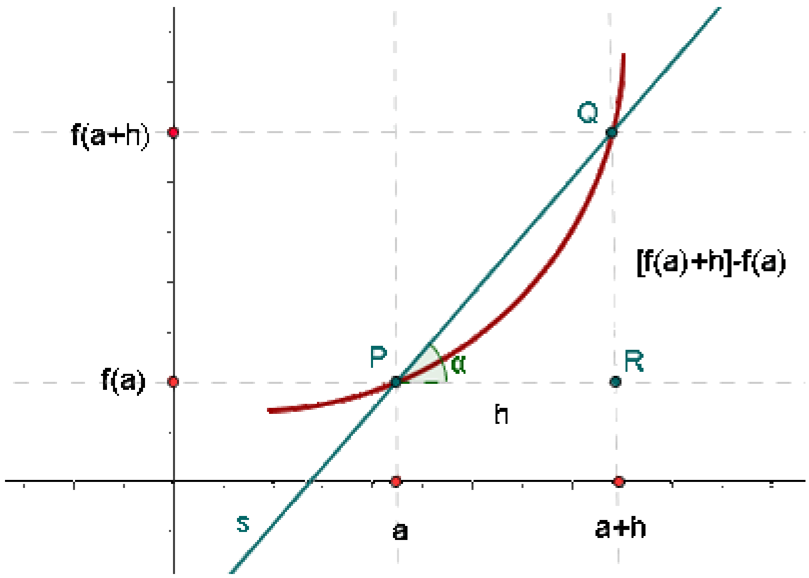
11.1 TASA DE VARIACIÓN



Consideremos una función **y = f(x)** y consideremos dos puntos próximos sobre el eje de abscisas **"a"** y **"a+h"**, siendo **"h"** un número real que corresponde al incremento de x **(Δx)**.

Se llama **tasa de variación (T.V.)** de la función **en el intervalo [a, a+h]**, que se representa por **Δy**, a la **diferencia entre las ordenadas** correspondientes a los puntos de abscisas **a** y **a+h**.

Δy = [f(a+h) − f(a)]



11.1.1 TASA DE VARIACIÓN MEDIA

Se llama **tasa de variación media (T.V.M.)** en intervalo **[a, a+h]**, y se representa por $\frac{\Delta y}{h}$ ó $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, al **cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intervalo** considerado sobre el eje de abscisas, h ó Δx, esto es:

$$TVM[a,a+h]=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

11.1.1 INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

La expresión anterior coincide con la pendiente de la **recta secante a lafunción f(x)**, que pasa **por los puntos de abscisas a y a+h**.

$$m = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

ya que en el triángulo PQR resulta que:

$$tg\alpha = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

EJERCICIO

1. Calcular la T.V.M. de la función f(x) = $x^2 - x$ en el intervalo [1,4].

$$TVM[1,4] = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{12-0}{3} = 4$$

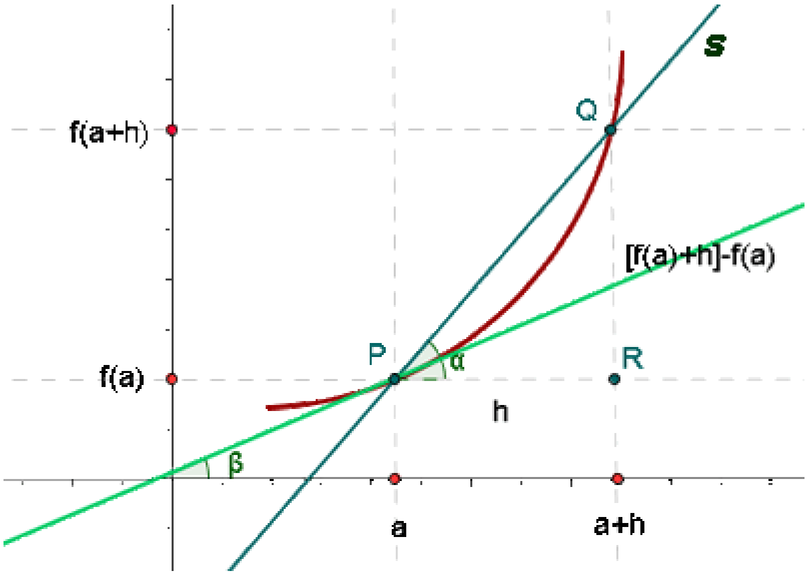
2. El índice de la bolsa de Madrid pasó cierto año de 1350 a 1510. Hallar latasa de variación media mensual.

$$TVM = \frac{1510-1350}{12} = \frac{160}{12} = 13.33$$

11.1 DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

La derivada de la función f(x) en el punto x = a es el valor del límite, si existe, de un cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{\Delta y}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



EJERCICIO

1. Hallar la derivada de la función f(x) = $3x^2$ en el punto x = 2.

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{3(2+h)^2 - 3 \cdot 2^2}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{3(4+4h+h^2) - 12}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{3h^2 + 12h}{h} =$$

$$\lim_{h \to 0} (3h + 12) = 12$$

2. Calcular la derivada de la función f(x) = $x^2 + 4x - 5$ en x = 1.

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(1+h)^2 + 4(1+h) - 5 - \left(1^2 + 4 \cdot 1 - 5\right)}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1 + 2h + h^2 + 4 + 4h - 5}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2 + 6h}{h} =$$

6

PROBLEMAS

Calcula, mediante la definición de derivada, la derivada de las funciones en los puntos que se indican:

1 **f(x) = $3x^2$** en x = 2.

2 **f(x) = $x^2 + 4x - 5$** en x = 1.

3 **f(x) = $x^2 - x + 1$** en x = −1, x = 0 y x = 1.

4 $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$ en x = -5.

5 $f(x) = x^3 + 2x - 5$ en x = 1.

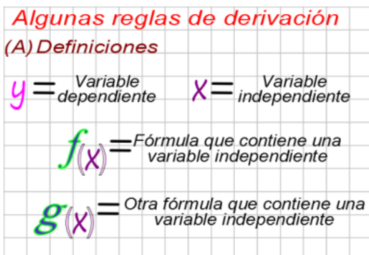
.

6 $f(x) = \frac{1}{x}$ en x = 2

$\boxed{7}$ $f(x)=\sqrt{x}$ en x = 3.

$\boxed{8}$ $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ en x = 2.

11.2 REGLAS DE DERIVACIÓN



Sean a, b, e y k constantes (números reales) y consideremos a: u(x) y v(x) como funciones.
En adelante, escribiremos u y v. Entendamos que esto noes más que un abuso de notación con el fin de simplificarla misma.

11.3.1.1 Derivada de una constante

$f(x)=k$ $\qquad f'(x)=0$

11.3.1.2 Derivada de x

$f(x)=x$ $\qquad f'(x)=1$

11.3.1.3 Derivada de la función lineal

$f(x)=ax+b$ $\qquad f'(x)=a$

11.3.1.4 Derivada de una potencia

$f(x)=u^k$ $\qquad f'(x)=k\cdot u^{k-1}\cdot u'$

11.3.1.5 Derivada de una raíz cuadrada

$$f(x) = \sqrt{u} \qquad f'(x) = \frac{u'}{2 \cdot \sqrt{u}}$$

11.3.1.1 Derivada de una raíz

$$f(x) = \sqrt[k]{u} \qquad f'(x) = \frac{u'}{k \cdot \sqrt[k]{u^{k-1}}}$$

EJERCICIO

1. $f(x) = -2$

$f'(x) = 0$

2. $f(x) = -5x$

$f'(x) = -5$

3. $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$

$f'(x) = -\frac{7}{2}$

4. $f(x) = x^4$

$$f'(x) = 4x^3$$

5. $f(x) = x^{-4}$

$$f'(x) = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$$

6. $f(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^3$

$$f'(x) = 3\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2$$

7. $f(x) = \sqrt{5x+2}$

$$f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+2}}$$

8. $f(x) = \sqrt[4]{2x-4}$

$$f'(x) = \frac{2}{4\sqrt[4]{(2x-4)^3}}$$

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

11.3 DERIVADAS DE SUMAS, PRODUCTOS Y COCIENTES

11.4.1.1 Derivada de una suma

$f(x) = u \pm v$ $\qquad$ $f'(x) = u' \pm v'$

11.4.1.2 Derivada de una constante por una función

$f(x) = k \cdot u$ $\qquad$ $f'(x) = k \cdot u'$

11.4.1.3 Derivada de un producto

$f(x) = u \cdot v$ $\qquad$ $f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$

11.4.1.1 Derivada de una constante partida por una función

$f(x) = \frac{k}{v}$ $\qquad$ $f'(x) = \frac{-k \cdot v'}{v^2}$

11.4.1.2 Derivada de un cociente

$f(x) = \frac{u}{v}$ $\qquad$ $f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

EJERCICIOS

1.

$$f(x) = -2x^2$$

$$f'(x) = -4x$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 2$$

2.

$$f'(x) = -4x - 5$$

3.

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 5x + 2$$

$$f'(x) = 9x^2 - 4x - 5$$

4.

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 5x + 2$$

$$f'(x) = 4x^3 + 9x^2 - 4x - 5$$

$$f(x) = \left(x^2 - 1\right)\left(x^3 + 3x\right)$$

5.

$$f'(x) = 2x\left(x^3 + 3x\right) + \left(x^2 - 1\right)\left(3x^2 + 3\right)$$

6. $$f(x)=\frac{3\left(x^2+2\right)^3}{5}=\frac{3}{5}\left(x^2+2\right)^3$$

$$f'(x)=\frac{3}{5}\cdot 3\left(x^2+2\right)^2\cdot 2x=\frac{18}{5}x\left(x^2+2\right)^2$$

7. $$f(x)=\frac{3x^3+x+2}{5x^2+1}$$

$$f'(x)=\frac{\left(9x^2+1\right)\left(5x^2+1\right)-\left(3x^3+x+2\right)(10x)}{\left(5x^2+1\right)^2}=$$

$$=\frac{15x^4+4x^2-20x+1}{\left(5x^2+1\right)^2}$$

8. $$f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}(x+1)-\sqrt{x-1}}{(x+1)^2}=\frac{x+1-2(x-1)}{2(x+1)^2\sqrt{x-1}}$$

$$=\frac{-x+3}{2(x+1)^2\sqrt{x-1}}$$

9. $$f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=\frac{-2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\frac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{x}=-\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

11.4 TABLA DE DERIVADAS

11.5.1.1 Derivada de la función exponencial

$f(x) = a^u \qquad f'(x) = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

11.5.1.2 Derivada de la función exponencial de base e

$f(x) = e^u \qquad f'(x) = u' \cdot e^u$

11.5.1.1 Derivada de un logaritmo

$f(x) = \log_a u \qquad f'(x) = \dfrac{u'}{u \cdot \ln a} = \dfrac{u'}{u} \cdot \log_a e$

Como $\log_a e = \dfrac{\ln e}{\ln a} = \dfrac{1}{\ln a}$, también se puede expresar así:

$f(x) = \log_a u \qquad f'(x) = \dfrac{u'}{u} \cdot \dfrac{1}{\ln a}$

11.5.1.2 Derivada del logaritmo neperiano

$f(x) = \ln u \qquad f'(x) = \dfrac{u'}{u}$

11.5.1.3 Derivada del seno

$$f(x) = sen\,u \qquad f'(x) = u' \cdot \cos u$$

11.5.1.4 Derivada del coseno

$$f(x) = \cos u \qquad f'(x) = -u' \cdot sen\,u$$

11.5.1.1 Derivada de la tangente

$$f(x) = tg\ u \qquad f'(x) = \frac{u'}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec^2 u = u' \cdot (1 + tg^2 u)$$

11.5.1.2 Derivada de la cotangente

$$f(x) = \cot g\ u \qquad f'(x) = -\frac{u'}{sen^2 u} = -u' \cdot co\sec^2 u = -u' \cdot (1 + cotg^2 u)$$

11.5.1.3 Derivada de la secante

$$f(x) = \sec u \qquad f'(x) = \frac{u' \cdot \mathrm{sen}\,u}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec u \cdot tg\,u$$

11.5.1.4 Derivada de la cosecante

$$f(x) = \mathrm{cosec}\ u \qquad f'(x) = -\frac{u' \cdot \cos u}{\mathrm{sen}^2 u} = -u' \cdot \mathrm{cosecu} \cdot \mathrm{cotgu}$$

11.5.1.5 Derivada del arcoseno

$$f(x) = arc\ sen\, u \qquad f'(x) = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

11.5.1.1 Derivada del arcocoseno

$$f(x) = arc\ \cos u \qquad f'(x) = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

11.5.1.2 Derivada del arcotangente

$$f(x) = arc\ tg\ u \qquad f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}$$

11.5.1.3 Derivada del arcocotangente

$$f(x) = arc\ cotg\ u \qquad f'(x) = -\frac{u'}{1+u^2}$$

11.5.1.4 Derivada del arcosecante

$$f(x) = arc\ sec\, u \qquad f'(x) = \frac{u'}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$$

11.5.1.5 Derivada del arcocosecante

$$f(x) = arc\ cosec\, u \qquad f'(x) = -\frac{u'}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$$

11.5.1.3 Derivada de la función potencial-exponencial

$$f(x) = u^v \qquad f'(x) = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot v' \cdot \ln u$$

11.5 REGLA DE LA CADENA

1. $f(x) = \cos 3^x$

$f'(x) = -3^x \ \ln 3 \ sen\, 3^x$

2. $f(x) = tg\,(\ln x)$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(\ln x)} \cdot \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{1}{x\cos^2(\ln x)} = \frac{1}{x}\sec^2(\ln x) = \frac{1}{x}\left(1 + tg^{\,2} \ln x\right)$$

3. $f(x) = \text{sen}\ (\text{sen}\, x)$

$f'(x) = \cos(\text{sen}\ x) \cdot \cos x$

4. $f(x) = \text{sen}\ \sqrt{\ln(1-3x)}$

$$f'(x) = \cos\ \sqrt{\ln(1-3x)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ln(1-3x)}} \cdot \frac{1}{(1-3x)} \cdot (-3)$$

5. $f(x) = arc\ cotg\,(\ln x)$

$$f'(x) = -\frac{1}{1+\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} = -\frac{1}{x\left(1+\ln^2 x\right)}$$

PROBLEMAS

Calcula las derivadas de las funciones:

$\boxed{1}$ $f(x) = 5$

$\boxed{2}$ $f(x) = -2x$

$\boxed{3}$ $f(x) = -2x + 2$

$\boxed{4}$ $f(x) = -2x^2 - 5$

$\boxed{5}$ $f(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + 4$

$\boxed{6}$ $f(x) = \dfrac{x^3 + 2}{3}$

$\boxed{7}$ $f(x) = \dfrac{1}{3x^2}$

$\boxed{8}$ $f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 1}$

$\boxed{9}$ $f(x) = (5x^2 - 3) \cdot (x^2 + x + 4)$

$\boxed{2}$ Calcula mediante la fórmula de la derivada de una potencia:

$\boxed{1}$ $f(x) = \dfrac{5}{x^5}$

$\boxed{2}$ $f(x) = \dfrac{5}{x^5} + \dfrac{3}{x^2}$

$\boxed{3}$ $f(x) = \sqrt{x}$

$\boxed{4}$ $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$\boxed{5}$ $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

6 $f(x)=\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}$

7 $f(x)=\left(x^2+3x-2\right)^4$

3 Calcula mediante la fórmula de la derivada de una raíz:

1 $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$

2 $f(x)=\sqrt[4]{x^5-x^3-2}$

3 $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^2+1}{x^2-1}}$

4 Deriva las funciones exponenciales

1 $f(x)=10^{\sqrt{x}}$

2 $f(x)=e^{3-x^2}$

3 $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

4 $f(x)=3^{2x^2}\cdot\sqrt{x}$

5 $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{x^2}$

5 Calcula la derivada de las funciones logarítmicas:

1 $f(x)=\ln\left(2x^4-x^3+3x^2-3x\right)$

2 $f(x)=\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x-1}\right)$

$\boxed{3}$ $$f(x) = \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$\boxed{4}$ $$f(x) = \ln \sqrt{x(1-x)}$$

$\boxed{5}$ $$f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{3x}{x+2}}$$